

Akışkanlar Mekaniği: Temelleri ve Uygulamaları, 2nd Edition
Yunus A. Cengel, John M. Cimbala
McGraw-Hill, 2010

Bölüm 3

BASINÇ VE AKIŞKAN

STATİĞİ



John Ninomiya 72 helyum balon kümesi ile Nisan 2003 de Temecula, California üzerinde uçarken.

AMAÇLAR

- Durgun bir akışkan içerisindeki basınç değişimini belirlenmesi
- Basıncın değişik tip manometreler kullanarak hesaplanması
- Durgun haldeki bir akışkan tarafından düz ve eğrisel yüzeyler üzerine uygulanan kuvvetlerin hesaplanması.
- Yüzen ve dalmış cisimlerin dengesinin analizi
- Kaplardaki akışkanların doğrusal ivmelenme ve dönme şeklindeki rijid cisim hareketlerinin analiz edilmesi.

3-1 ■ BASINÇ

Basınç: Bir akışkan tarafından birim alana uygulanan normal kuvvet

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

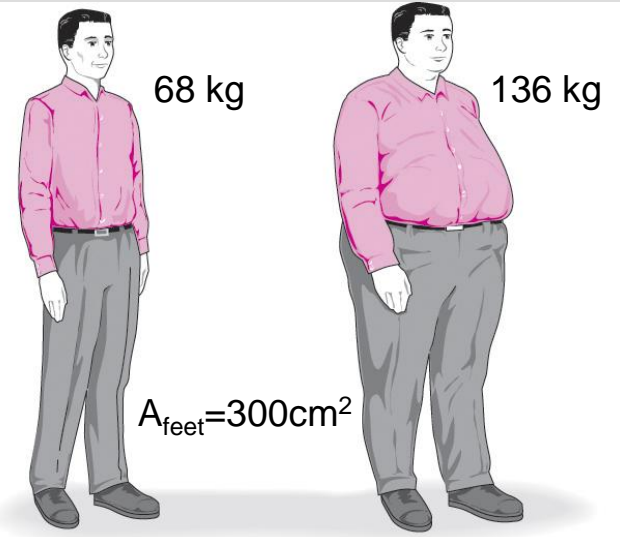
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0.1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ atm} = 101,325 \text{ Pa} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \text{ bars}$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.807 \text{ N/cm}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$= 0.9807 \text{ bar}$$

$$= 0.9679 \text{ atm}$$



$$P = 68/300 = 0.23 \text{ kgf/cm}^2$$

Kilolu birinin ayakları üzerindeki normal gerilme(veya “basınç”) zayıf birininkinden çok daha fazladır.



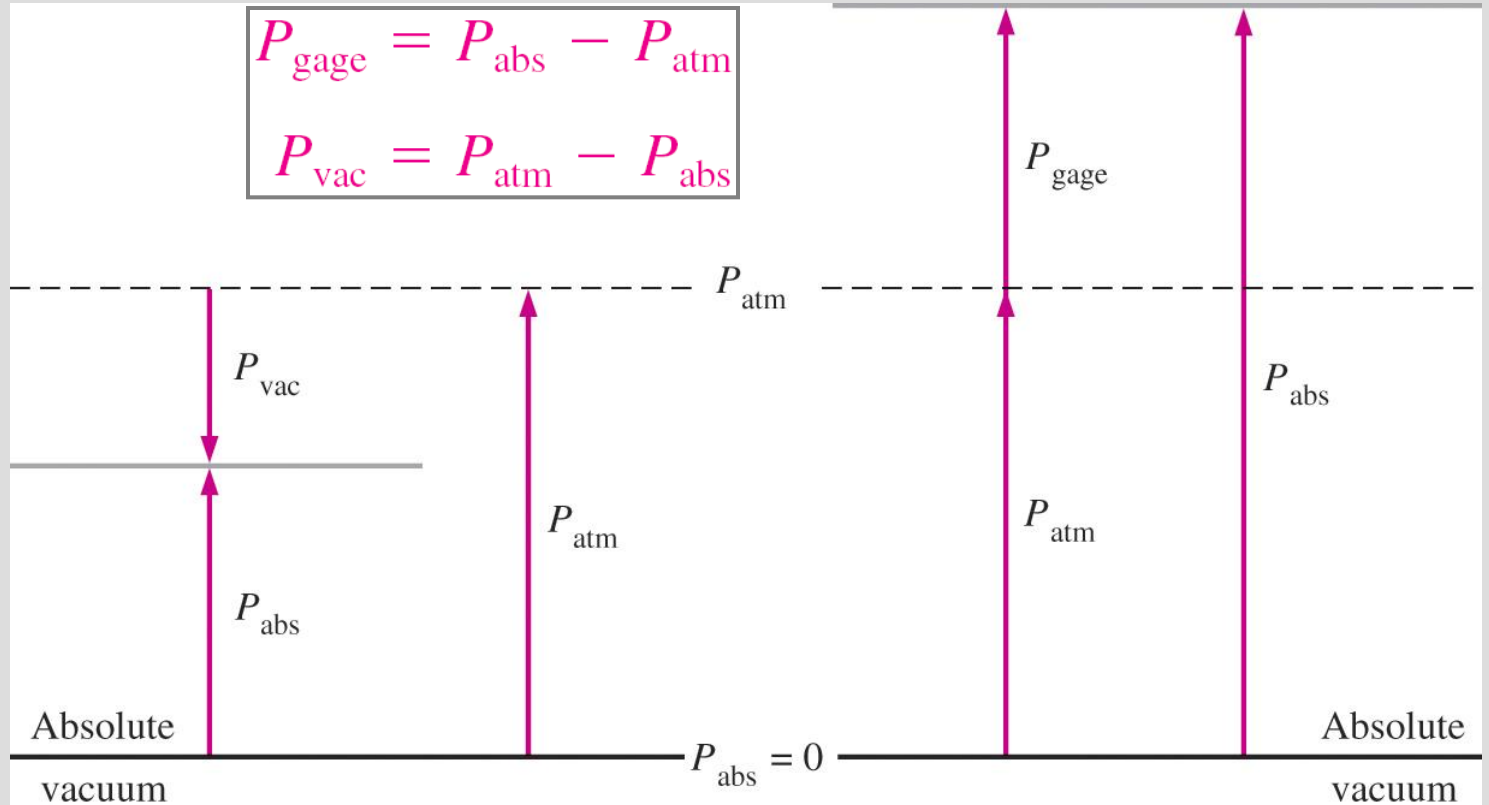
Bazı etkin basınç ölçüm cihazları

Mutlak basınç: Verilen bir konumdaki gerçek basınca denir ve mutlak vakuma (yani mutlak sıfır basınca) göre ölçülür.

Etkin basınç: Mutlak basınç ile yerel atmosferik basınç arasındaki farktır. Birçok basınç ölçen cihaz atmosferde sıfır okumak üzere kalibre edilir böylelikle etkin basıncı gösterirler.

Vakum basıncı: Atmosferik basıncın altındaki basınçlar.

Bu kurs boyunca aksi belirtilmediği takdirde P mutlak basıncı gösterecektir.



Örnek 3.1: Bir Vakum Odasındaki Mutlak Basınç:

Bir odaya bağlı vakum ölçme cihazı, yerel atmosferik basıncın 99.97 kPa olduğu bir yerde 39.8 kPa değerini göstermektedir. Odadaki mutlak basınç değerini belirleyiniz.

Çözüm: Bir vakum odasının etkin basıncı veriliyor. Odadaki mutlak basınç belirlenecektir.

Analiz: Mutlak basınç denklem 3.2'den kolayca hesaplanabilir.

$$P_{\text{mutlak}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{vakum}} = 99.97 - 39.8 = 60.17 \text{ kPa}$$

İrdelenme: Mutlak basıncı belirlerken atmosferik basıncın yerel değerinin kullanıldığına dikkat ediniz.

Bir noktadaki basınç

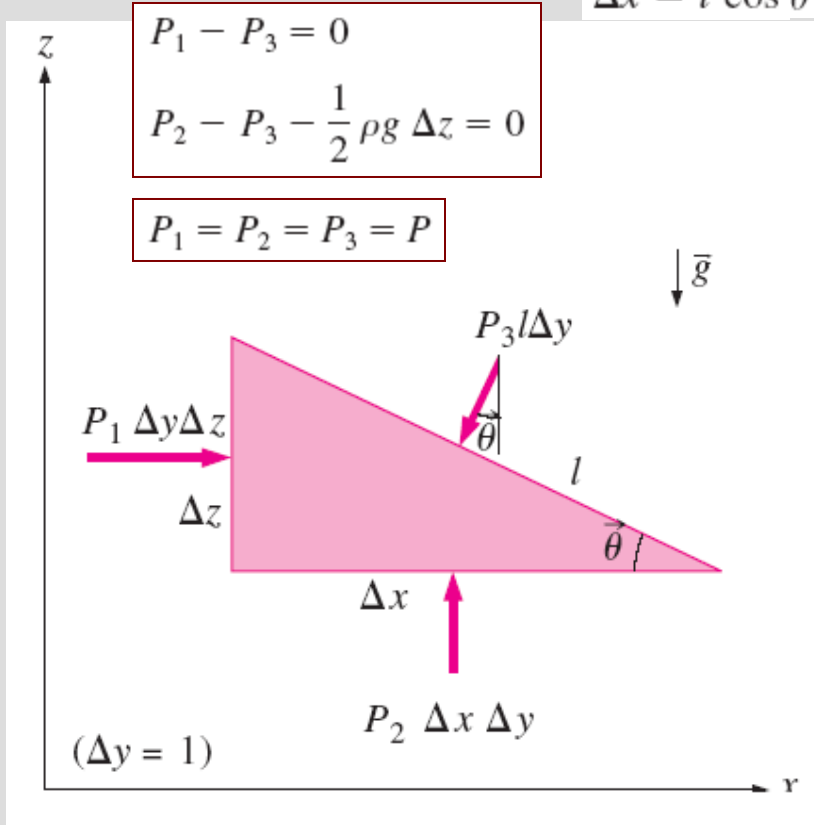
$$\sum F_x = ma_x = 0: \quad P_1 \Delta y \Delta z - P_3 \Delta y l \sin \theta = 0$$

$$\sum F_z = ma_z = 0: \quad P_2 \Delta y \Delta x - P_3 \Delta y l \cos \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0$$

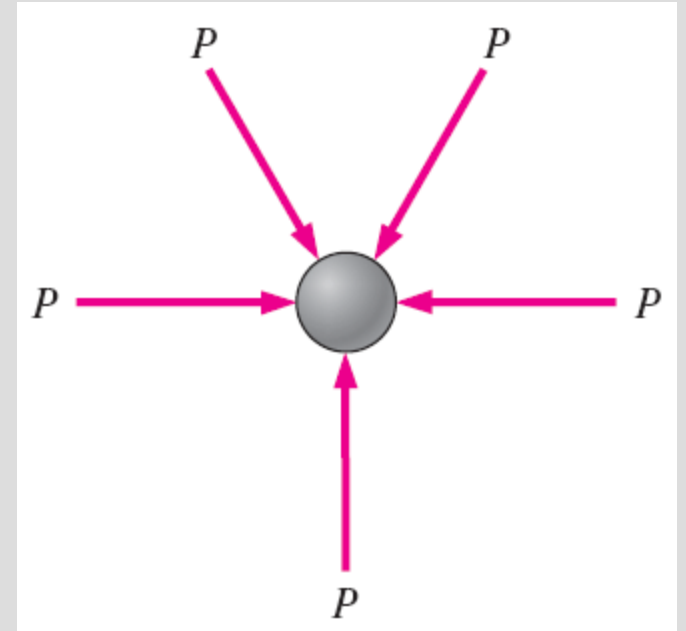
$$W = mg = \rho g \Delta x \Delta y \Delta z / 2$$

$$\Delta z = l \sin \theta$$

$$\Delta x = l \cos \theta$$



Basınç birim alana gelen sıkıştırma kuvvetidir fakat vektör değildir. Bir akışkan içindeki basınç tüm yönlerde aynı büyüklüktedir. Basınç belli bir büyüklüğe sahiptir fakat belirli bir yönü yoktur. Bu nedenle, skaler bir büyüklüktür.



Denge halinde bulunan kama şeklindeki bir akışkan elemanına etkiyen kuvvetler

Basıncın Derinlikle Değişimi

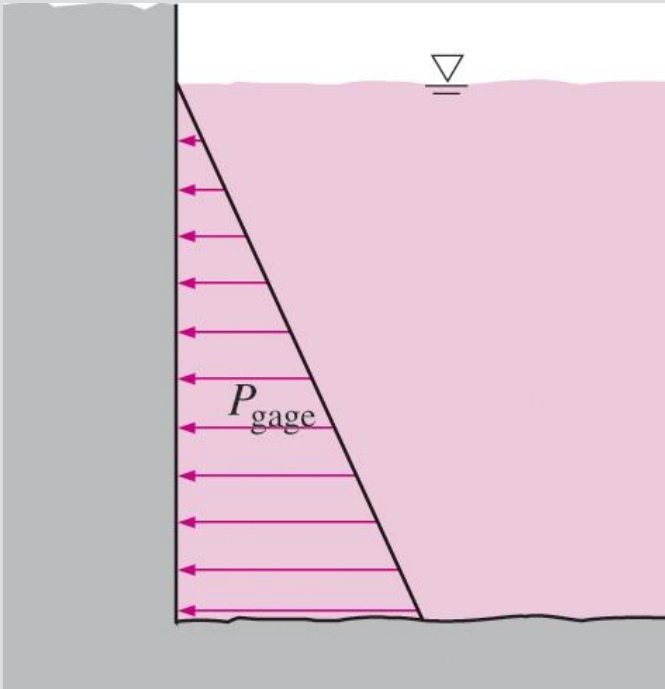
$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta z = \gamma_s \Delta z$$

$$P_{\text{below}} = P_{\text{above}} + \rho g |\Delta z| = P_{\text{above}} + \gamma_s |\Delta z|$$

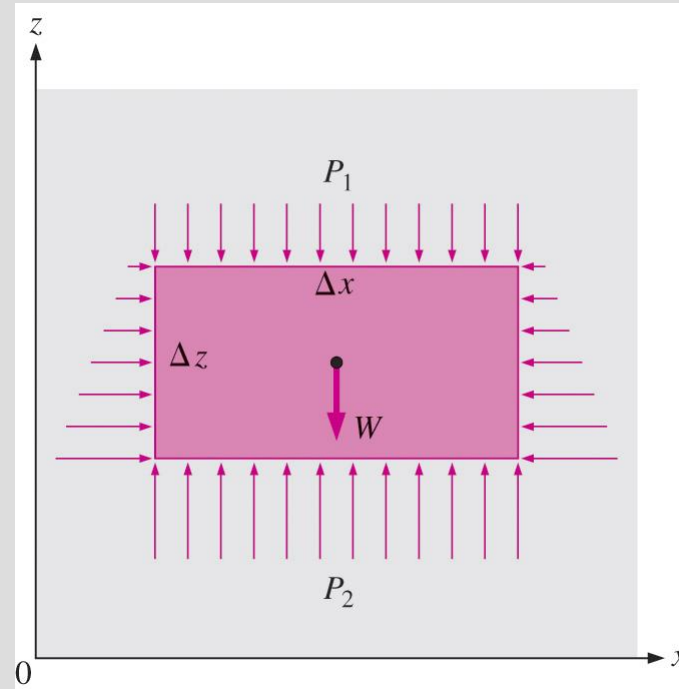
$$P = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad \text{or} \quad P_{\text{gage}} = \rho g h$$

Basıncın derinlikle değişimi bilinirse

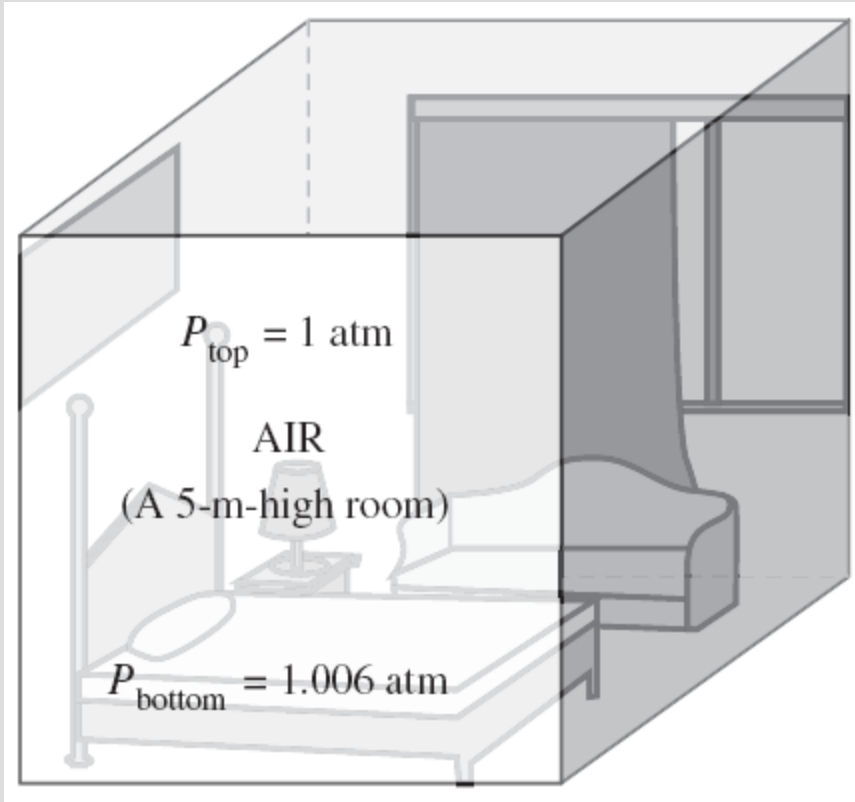
$$\Delta P = P_2 - P_1 = - \int_1^2 \rho g dz$$



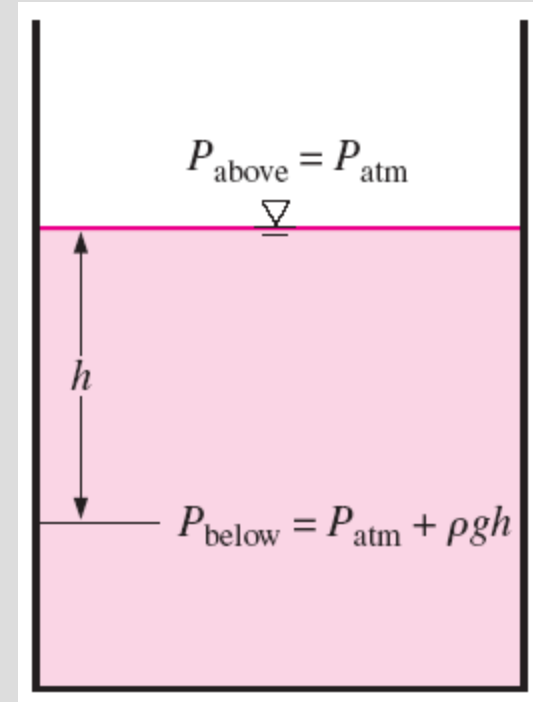
Durgun haldeki bir akışkanın basıncı derinlikle artar (toplanan ağırlığın bir sonucu olarak)



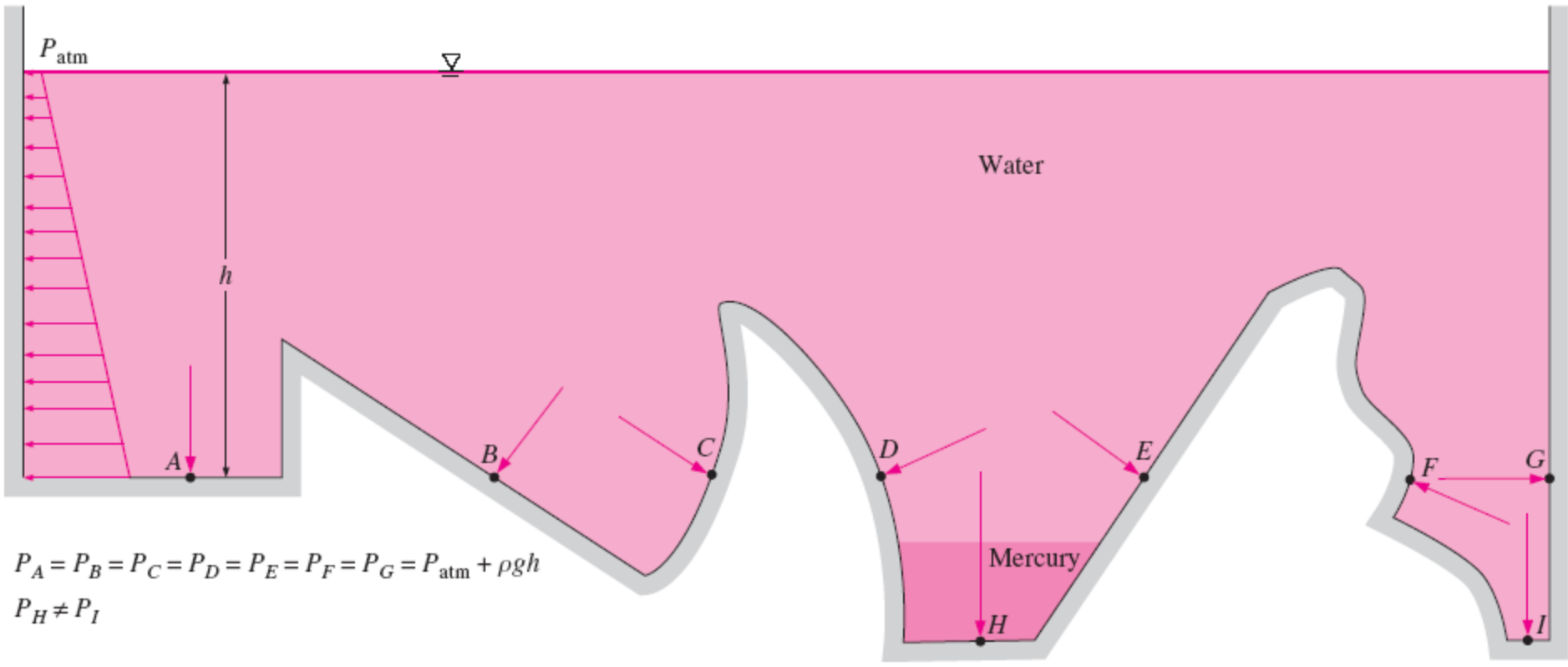
Dengede bulunan dikdörtgen bir akışkan elemanının serbest cisim diyagramı



Bir gaz ile dolu odada basıncın yükseklikle değişimi ihmal edilebilir.



Durgun bir akışkan içerisindeki basınc, serbest yüzeyden itibaren derinlik ile doğru orantılı olarak artar.



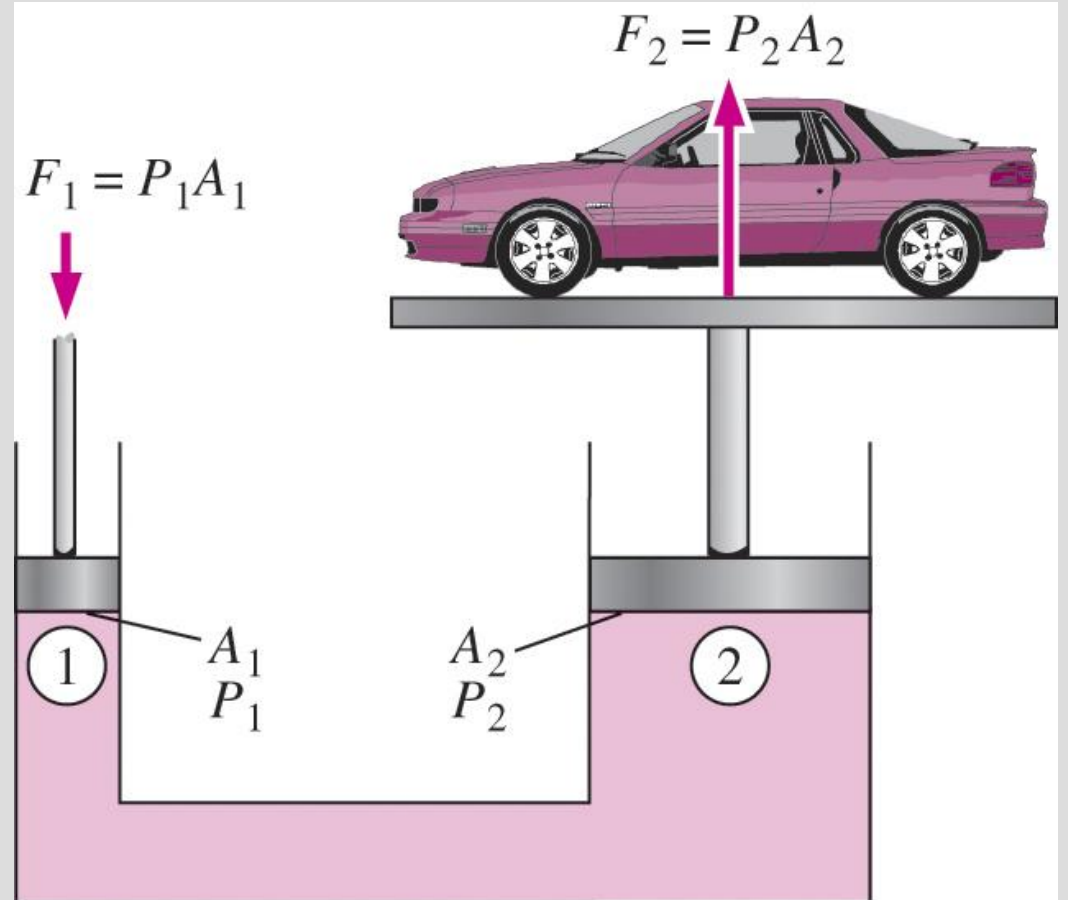
Noktalar birbiriyle aynı akışkan aracılığı ile irtibatlı olmak koşuluyla, bir akışkan içerisinde yatay bir düzlemde tüm noktalardaki basınçlar geometriden bağımsız olarak aynıdır.

Pascal Yasası: Kapalı durumdaki akışkana uygulanan basınç , akışkan içersindeki basıncı her yerde aynı miktarda arttırır.

$$P_1 = P_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

A_2/A_1 alan oranı, hidrolik kaldırıcının ideal mekanik faydası olarak adlandırılır.

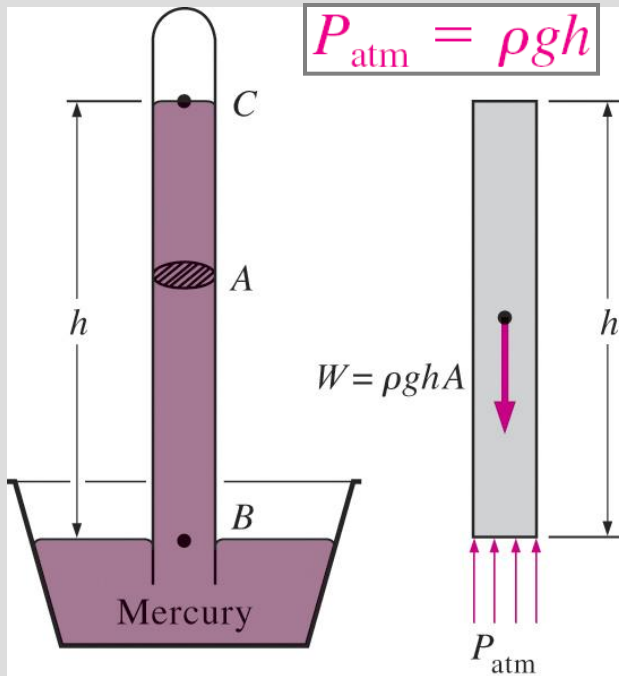
Büyük bir ağırlığın Pascal yasası kullanarak küçük bir ağırlıkla kaldırılması.



3-2 ■ BASINÇ ÖLÇÜM CİHAZLARI

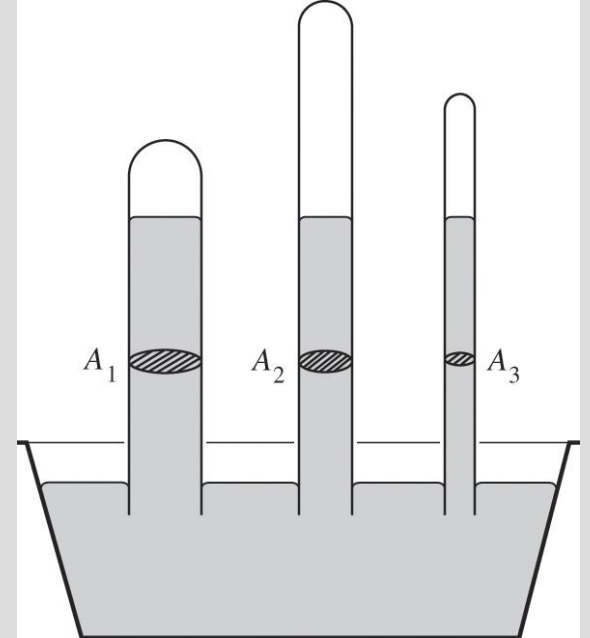
Barometre

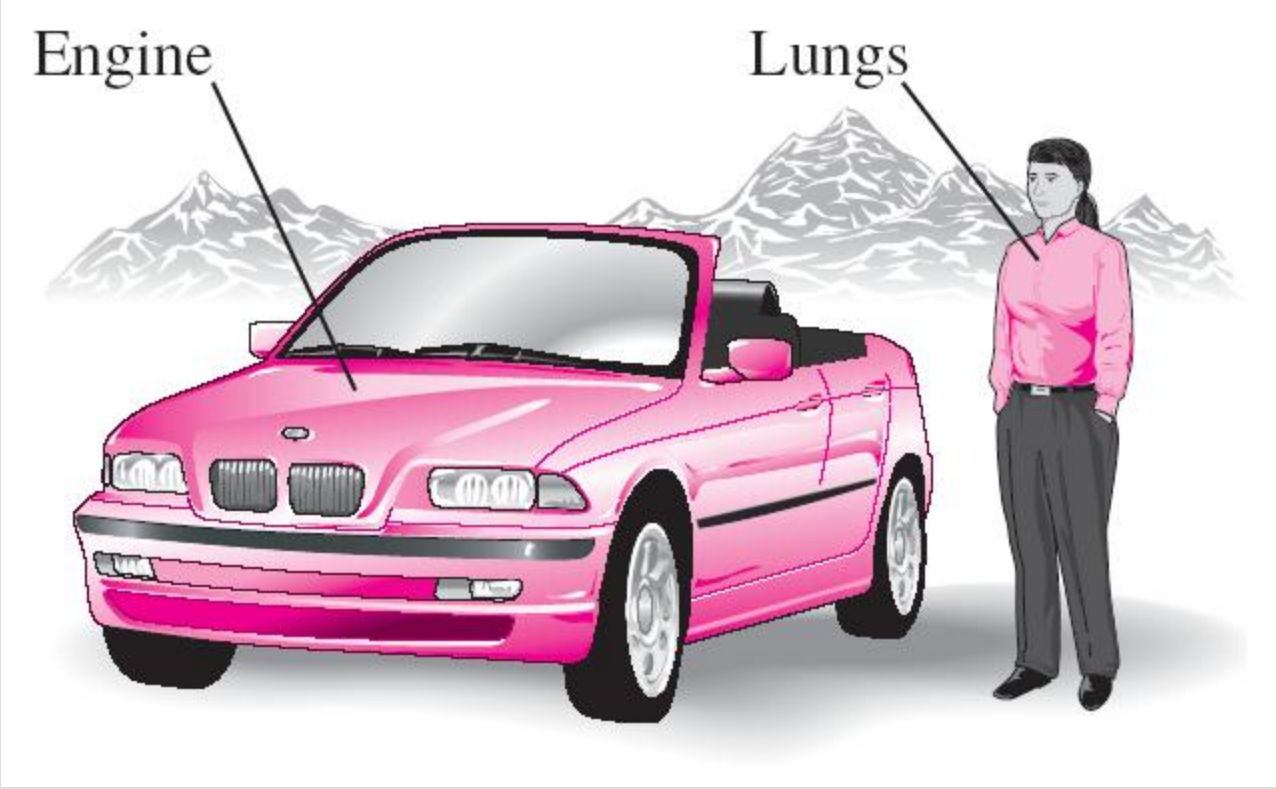
- Atmosferik basınç **barometre** denen bir cihazla ölçülür; bu yüzden atmosferik basınç için genellikle **barometrik basınç** deyimi kullanılır.
- Sıkça kullanılan bir diğer diğer basınç birimi de, standart yerçekimi ivmesi altında ($g = 9.807 \text{ m/s}^2$), 0°C 'deki 760 mm civa sütununun ($\rho_{\text{Hg}} = 13,595 \text{ kg/m}^3$) tabanına yaptığı basınç olan **standart atmosferik basınçtır**.



Basit barometre

Yüzey gerilimi (kılcalık) etkilerine yol açmayacak kadar büyük olması kaydıyla boru çapının, boru uzunluğunun veya en-kesitinin borudaki akışkan sütunu yüksekliğine etkisi yoktur..





Yüksek yerlerde bir araba motoru daha az güç üretir ve daha düşük hava yoğunluğundan dolayı bir kimse daha az oksijen alır.

Örnek 3-2: Barometre ile Basınç Ölçümü

Barometrik basıncın 740 mmHg ve yer çekimi ivmesinin 9.81 m/s^2 olduğu bir yerdeki atmosferik basıncı hesaplayınız. Civanın sıcaklığını 10° kabul ediniz bu sıcaklıktaki civanın yoğunluğu 13570 kg/m^3 alınabilir.

Analiz: atmosferik basınç

$$\begin{aligned} P_{\text{atm}} &= \rho g h \\ &= (13570 \text{ kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (0.74 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= 98.5 \text{ kPa} \end{aligned}$$

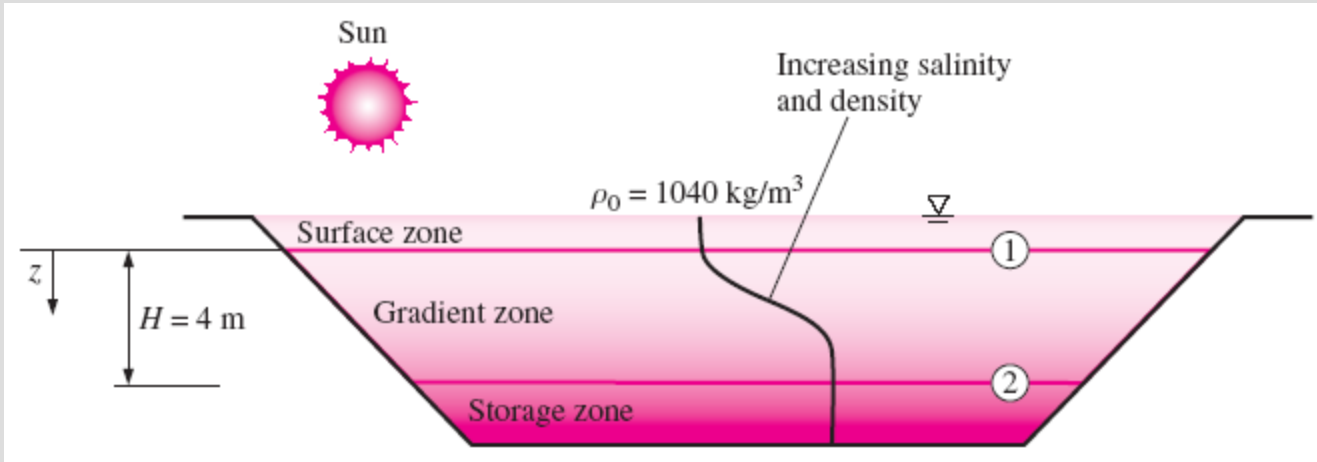
İrdelenme: Yoğunluğunun sıcaklıkla değiştiğine ve bu etkinin hesaplamalarda göz önüne alınması gerektiğine dikkat ediniz.

Örnek 3-4: Değişken Yoğunluklu Bir Güneş Havuzundaki Hidrostatik Basınç

Güneş havuzları; güneş enerjisini depolamak için kullanılan bir kaç metre derinlikteki küçük yapay göllerdir. Havuz tabanına tuz eklenmesi suretiyle ısınmış (ve böylece daha W az yoğun) suyun yüzeye çıkması engellenir; Tipik bir tuz meyilli güneş havuzunun su yoğunluğu meyil bölgesinde Şekilde görüldüğü gibi artar ve,

$$\rho = \rho_0 \sqrt{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} \frac{s}{H} \right)}$$

olarak ifade edilebilir. Burada ρ_0 su yüzeyindeki yoğunluk, s meyil bölgesinin üst yüzeyinden aşağı doğru ölçülen düşey mesafe ve H meyil bölgesinin kalınlığıdır. $H=4\text{m}$, $\rho_0 = 1040 \text{ kg/m}^3$ ve yüzey bölgesinin kalınlığını 0.8 m olarak meyil bölgesinin tabanındaki etkin basıncı hesaplayınız



Analiz Meyil bölgesinin üstü ve tabanı sırasıyla 1 ve 2 ile gösterilmiştir. Yüzey bölgesindeki yoğunluğun sabit olduğu göz gözüne alınarak, yüzey bölgesinin tabanındaki (meyil bölgesinin başlangıcındaki) etkin basınç,

$$P_1 = \rho g h_1 = (1040 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.8 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 8.16 \text{ kPa}$$

bulunur ($1 \text{ kN/m}^2 = 1 \text{ kPa}$). ds mesafesi boyunca

Hidrostatik basınçta meydana gelecek olan diferansiyel değişim,

$$dP = \rho g ds$$

ile verilir. Bu ifadenin meyil bölgesinin tepesinden (1 noktası, $s=0$) meyil bölgesindeki herhangi bir s konumuna kadar (alt indissiz) integre edilmesiyle,

$$P - P_1 = \int_0^s \rho g ds \quad \rightarrow \quad P = P_1 + \int_0^s \rho_0 \sqrt{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi s}{4 H} \right)} g dz$$

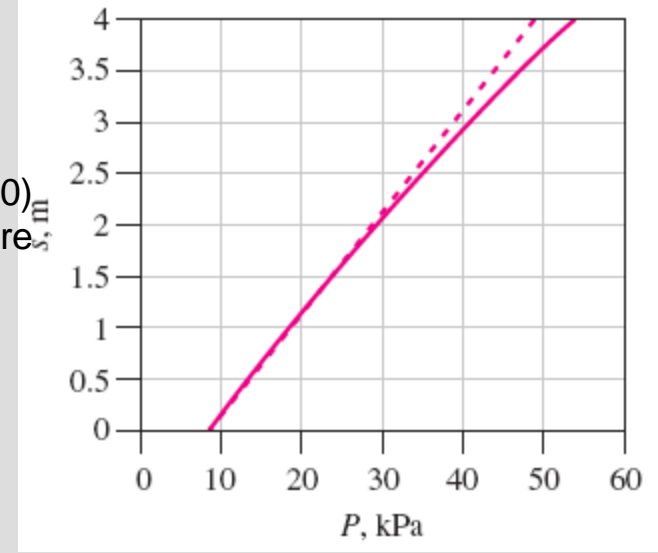
elde edilir. Bunun sonucunda meyil bölgesi içerisinde etkin basıncın değişimi,

$$P = P_1 + \rho_0 g \frac{4H}{\pi} \sinh^{-1} \left(\tan \frac{\pi s}{4 H} \right)$$

olarak bulunur. Bu durumda meyil bölgesinin tabanındaki basınç ($s=H=4 \text{ m}$) şu şekilde bulunur:

$$P_2 = 8.16 \text{ kPa} + (1040 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) \frac{4(4 \text{ m})}{\pi} \sinh^{-1} \left(\tan \frac{\pi 4}{4 4} \right) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right)$$

$$= \mathbf{54.0 \text{ kPa (gage)}}$$

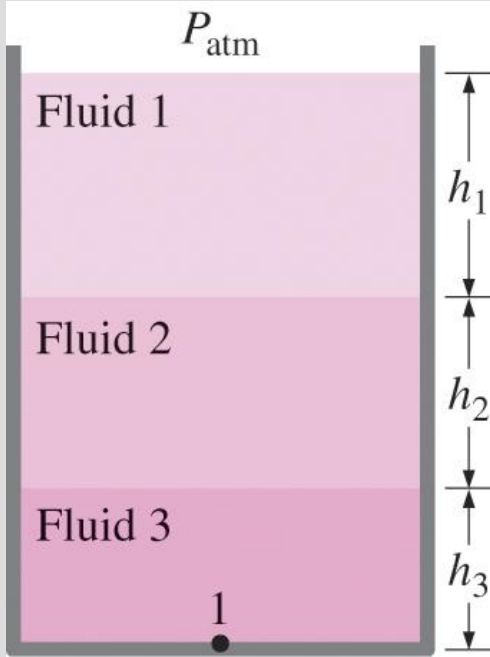


Bir güneş havuzunun meyil bölgesindeki etkin (gage) basıncın derinlikle değişimi.

İrdeleme: Meyil bölgesindeki etkin basıncın derinlikle değişimi Şekilde gösterilmiştir. Kesikli çizgi, sabit 1040 kg/m^3 yoğunluk durumundaki hidrostatik basıncı temsil etmektedir ve bir referans olarak verilmiştir. Yoğunluğun derinlikle değişmesi durumunda basıncın derinlikle değişiminin doğrusal olmadığına dikkat ediniz.

Manometre

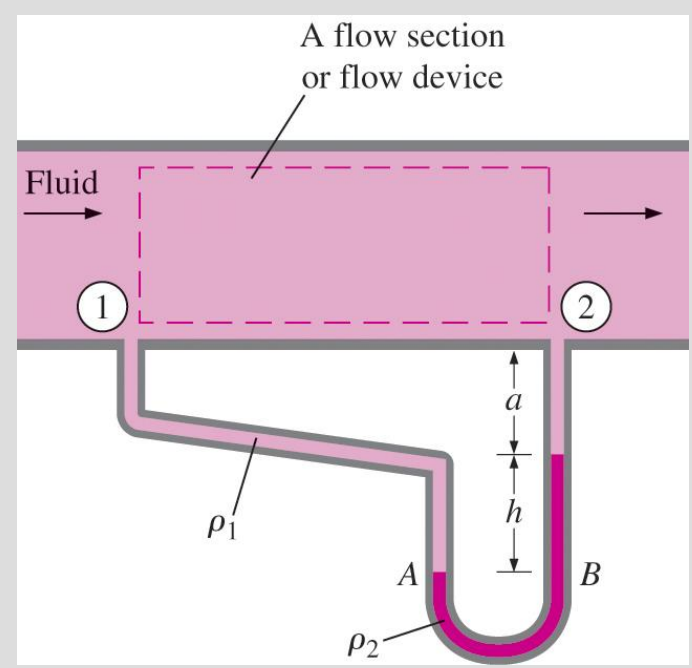
Genelde küçük ve orta ölçekteki basınç farklarını ölçmek için kullanılırlar. Bir manometre içerisinde bir veya daha fazla akışkan örneğin civa, su, alkol veya yağ bulunabilir.



$$P_{\text{atm}} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_1$$

Üst üste akışkan tabakalarında, ρ yoğunluğuna sahip h yüksekliğindeki bir akışkan tabakasının bir ucundan bir ucuna basınç değişimi $\rho g h$ 'dir.

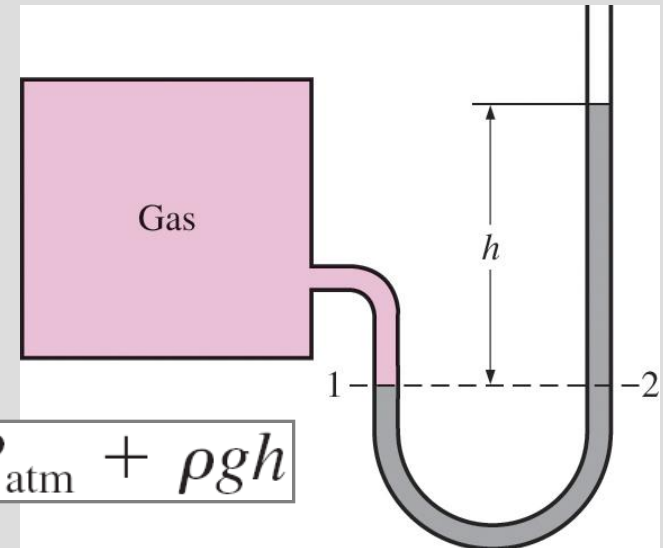
Bir akış bölümü veya akış düzeneği boyunca basınç düşüşünün diferansiyel manometre ile ölçülmesi.



$$P_1 + \rho_1 g (a + h) - \rho_2 g h - \rho_1 g a = P_2$$

$$P_1 - P_2 = (\rho_2 - \rho_1) g h$$

Basit manometre



$$P_2 = P_{\text{atm}} + \rho g h$$

Örnek 3-5: Manometre ile Basınç Ölçümü

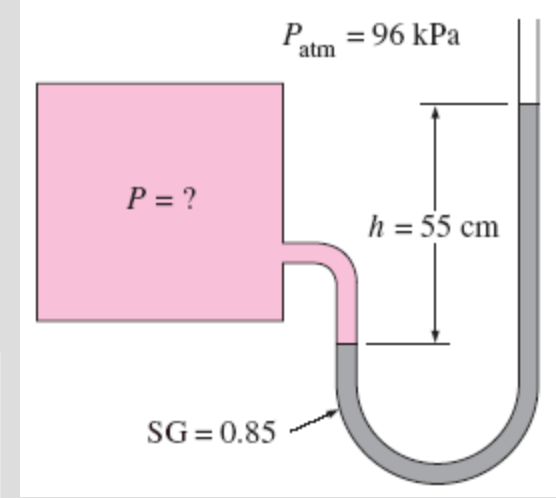
Bir tank içerisindeki basıncı ölçmek için manometre kullanılıyor. Kullanılan akışkanın bağıl yoğunluğu 0.85 ve manometre sütunu yüksekliği şekilde gösterildiği gibi 55 cm 'dir. Yerel atmosferik basınç 96 kPa olduğuna göre tank içerisindeki mutlak basıncı belirleyiniz?

Analiz Akışkanın yoğunluğu, verilen bağıl yoğunluğun suyun yoğunluğu olan 1000 kg/m^3 ile çarpılmasıyla elde edilir:

$$\rho = SG (\rho_{\text{H}_2\text{O}}) = (0.85)(1000 \text{ kg/m}^3) = 850 \text{ kg/m}^3$$

Then from Eq. 3-13,

$$\begin{aligned} P &= P_{\text{atm}} + \rho gh \\ &= 96 \text{ kPa} + (850 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.55 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= \mathbf{100.6 \text{ kPa}} \end{aligned}$$

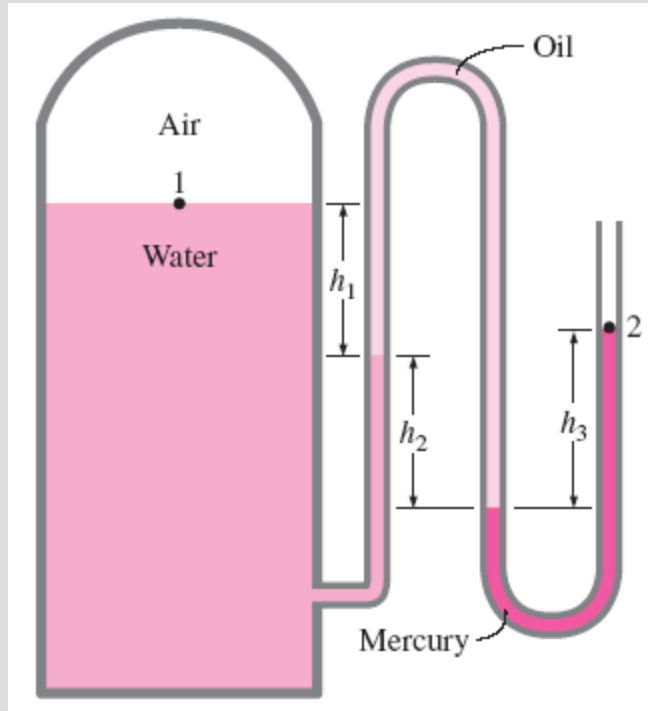


İrdelenme: Tanktaki etkin basıncın 4.6 kPa olduğuna dikkat ediniz.

Örnek 3.6: Çok Akışkanlı Bir Manometre ile Basınç Ölçümü

Bir tankta hava ile basınçlandırılmış bulunan suyun basıncı çok akışkanlı bir manometre ile Şekil 3-15b'te gösterildiği gibi ölçülmektedir. Tank, atmosferik basıncın 85.6 kPa olduğu 1400 m yükseklikteki bir dağda bulunmaktadır $h_1 = 0.1$ m, $h_2 = 0.2$ m ve $h_3 = 0.35$ m olması durumunda tanktaki basıncı belirleyiniz. Suyun, yağın ve cıvanın yoğunluklarını sırasıyla 1000 kg/m^3 , 850 kg/m^3 ve 13600 kg/m^3 olarak alınız.

ÇÖZÜM Bir su tankındaki basınç çok akışkan manometre ile ölçülüyor. Tanktaki; hava basıncı belirlenecektir.



Kabuller: Tanktaki hava basıncı üniformdur (yani havanın yoğunluğunun düşük olmasından dolayı tanktaki basınç yükseklikle değişmemektedir): Buna dayanarak basıncı hava-su arayüzünde belirleyebiliriz.

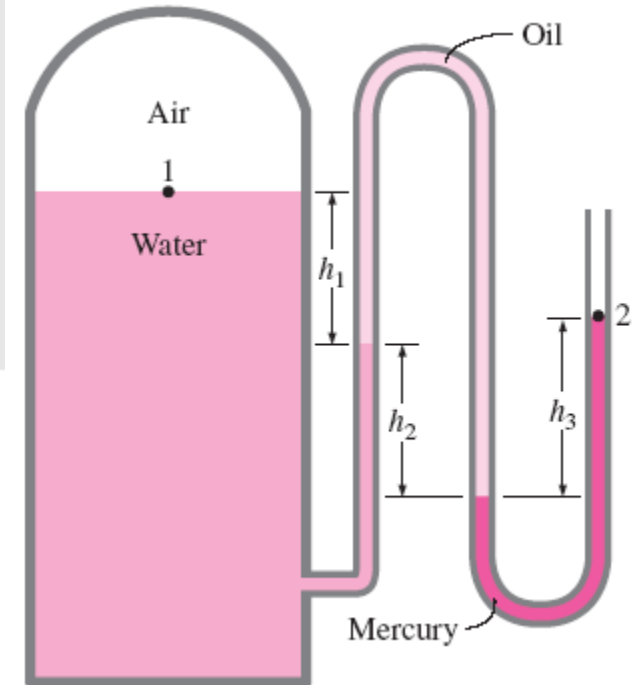
Özellikler: Suyun, yağın ve cıvanın yoğunlukları sırasıyla 1000 kg/m^3 ; 850 kg/m^3 ve 13600 kg/m^3 olarak verilmiştir.

Analiz- Hava-su ara yüzündeki noktadan başlayıp 2 noktasına ulaşınca kadar - ρgh terimlerini ekleyerek veya çıkararak boru boyunca ilerler ve sonucu P_{atm} 'ye eşitlersek (boru atmosfere açıktır),

$$P_1 + \rho_{\text{water}}gh_1 + \rho_{\text{oil}}gh_2 - \rho_{\text{mercury}}gh_3 = P_2 = P_{\text{atm}}$$

Solving for P_1 and substituting,

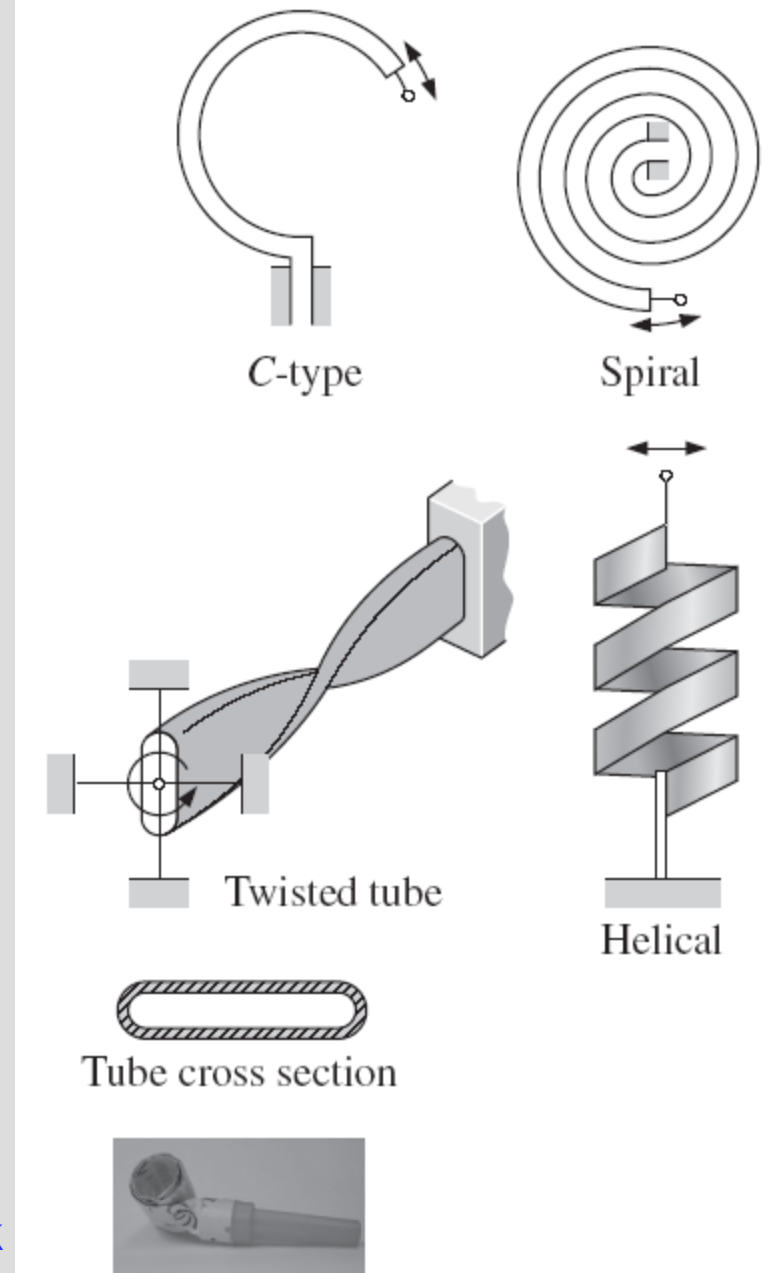
$$\begin{aligned} P_1 &= P_{\text{atm}} - \rho_{\text{water}}gh_1 - \rho_{\text{oil}}gh_2 + \rho_{\text{mercury}}gh_3 \\ &= P_{\text{atm}} + g(\rho_{\text{mercury}}h_3 - \rho_{\text{water}}h_1 - \rho_{\text{oil}}h_2) \\ &= 85.6 \text{ kPa} + (9.81 \text{ m/s}^2)[(13,600 \text{ kg/m}^3)(0.35 \text{ m}) - (1000 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}) \\ &\quad - (850 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m})] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ &= \mathbf{130 \text{ kPa}} \end{aligned}$$



Diğer Basınç Ölçme Cihazları

- **Bourdon borusu:** Bu cihaz, ucu kapalı ve bir kadran göstergesine bağlı bulunan kanca şeklinde bükülmüş bir metal boru halkasından oluşur.
- **Basınç dönüştürücüler:** Basınç etkisini, gerilim, direnç veya sığadaki bir değişim şeklinde elektriksel etkiye dönüştürmek için çeşitli teknikler kullanan modern basınç sensörleridir. Basınç dönüştürücüler küçük ve hızlıdır. Buna ek olarak mekanik olanlara kıyasla daha duyarlı ve daha güvenilir olabilirler.
- **Yük-köprülü basınç dönüştürücüler:** Basınç girişlerine açık iki odacık arasında esneyen bir diyafram aracılığıyla çalışırlar.
- **Piezoelektrik dönüştürücüler:** Katı hal basınç dönüştürücüler olarak da adlandırılırlar. Mekanik basınca maruz kaldığında kristal bir madde içerisinde elektrik potansiyel gelişme ilkesine göre çalışırlar.

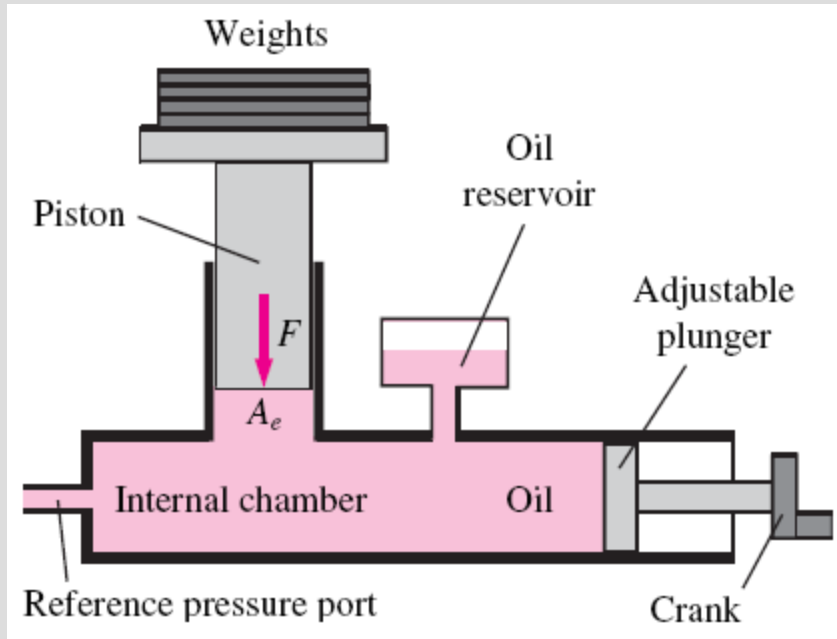
Basınç ölçmede kullanılan değişik tiplerdeki Bourdon boruları



Deadweight test edici: Diğer bir tip mekanik basınç ölçme cihazıdır. Öncelikle kalibrasyon amaçlı kullanılır ve yüksek basınçları ölçebilir.

Deadweight test edici bir ağırlığın direkt olarak birim alana düşen kuvvet sağlaması sonu basınç ölçer.

Bir akışkan (genelde yağ) ile doldurulmuş iç bir oda ve bu oda boyunca devam eden sıkı geçme bir piston, silindir ve ayarlanabilir pompa pistonundan ibarettir.



Bir deadweight ölçücü çok yüksek basınçları (10000 psi kadar) ölçebilir.

3–3 ■ AKIŞKAN STATİĞİNE GİRİŞ

Akışkan statığı (fluid statics): Durgun haldeki akışkanlar ile ilgili problemleri ele alır. Akışkan gaz veya sıvı olabilir.

Hidrostatik: Akışkan sıvıysa,

Aerostatik: Akışkan gazsa.

Akışkan statığında, bitişik akışkan tabakaları arasında bağıl bir hareket söz konusu değildir ve bu yüzden akışkan içerisinde onun şeklini değiştirmeye çalışan kayma (teğetsel) gerilmeler yoktur.

Akışkan statığında ilgileneceğimiz tek gerilme, basınç olan normal gerilmedir ve basınç değişimi sadece akışkanın ağırlığından ötürüdür.

Akışkan statığı sadece çekim alanlarında önem kazanır.

Barajlar ve sıvı depolama tankları gibi pek çok mühendislik sisteminin tasarımı, akışkan statığı kullanılarak yüzeyler üzerine gelecek kuvvetlerin belirlenmesini gerektirir.

3-4 ■ DALMIŞ DÜZ YÜZEYLER ÜZERİNE ETKİ EDEN HİDROSTATİK KUVVETLER

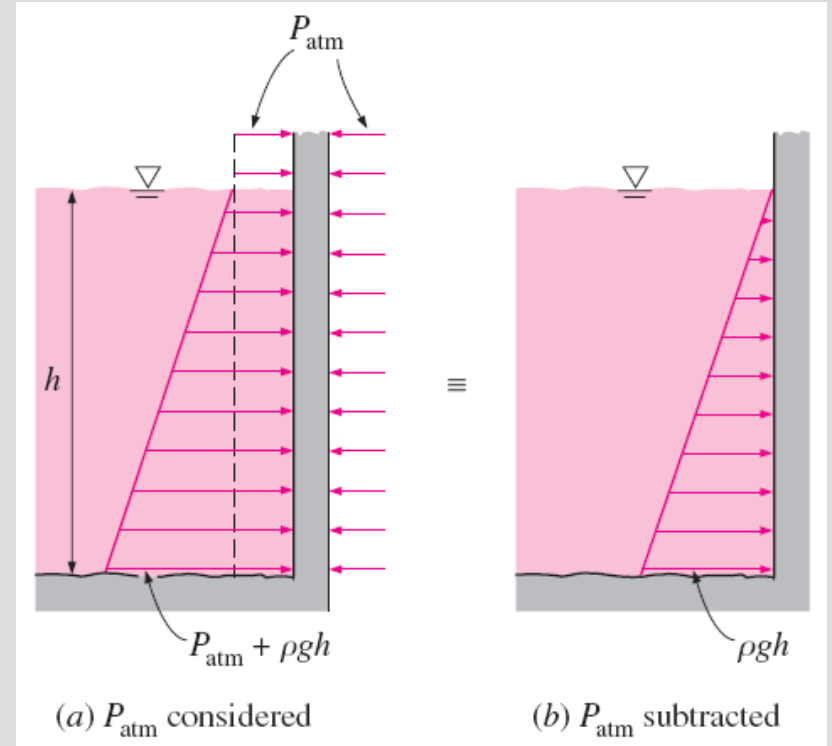
Bir barajdaki sürgülü vana, bir sıvı depolama tankının duvarı ve bir geminin gövdesi gibi sıvıya bırakılan bir plaka, yüzeyi boyunca dağılı bulunan akışkan basıncına maruz kalır.

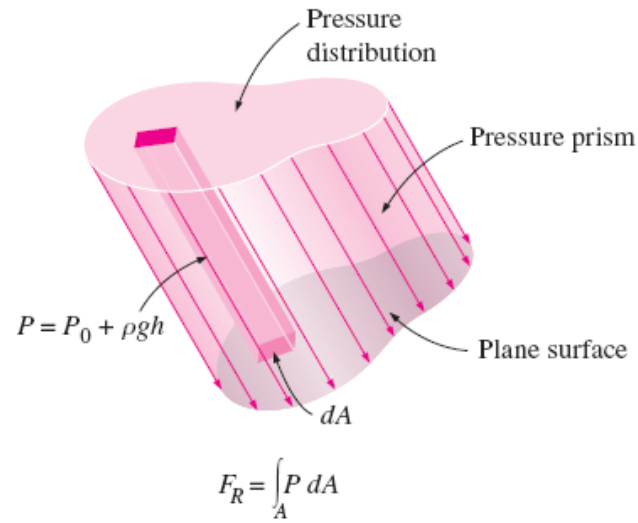
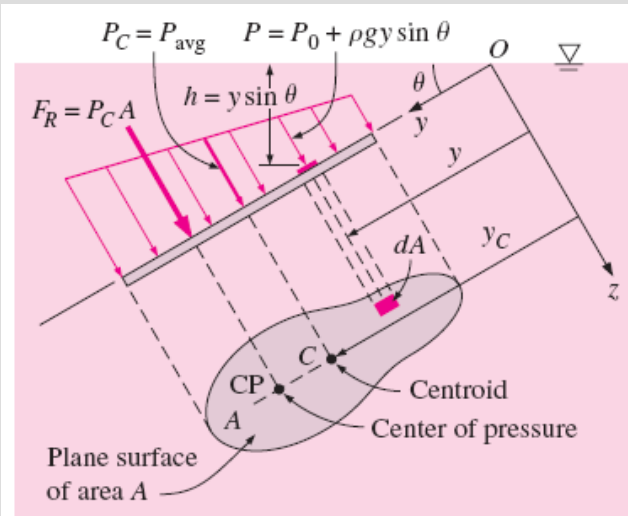
Hoover Barajı.



Düz bir yüzeyde hidrostatik kuvvetler bir paralel kuvvetler sistemi oluşturur. Uygulamada genellikle bu kuvvetin **büüklüğünü** ve **basınç merkezi** denilen uygulama noktasını belirleme gereği duyarız.

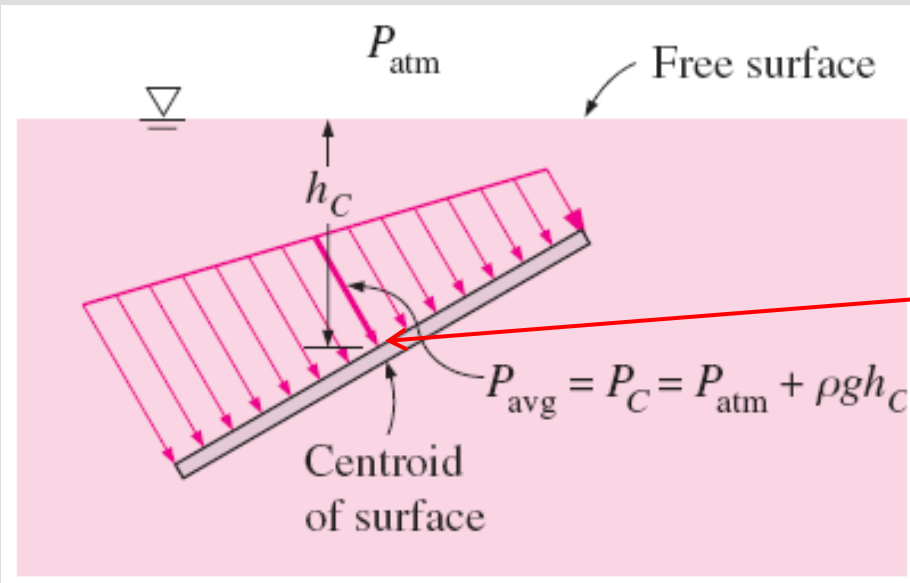
Dalmış yüzeyler üzerindeki hidrostatik kuvvetleri analiz ederken, eğer yapının her iki tarafına da etkiyorsa basitlik sağlamak için atmosferik basınç çıkarılabilir.





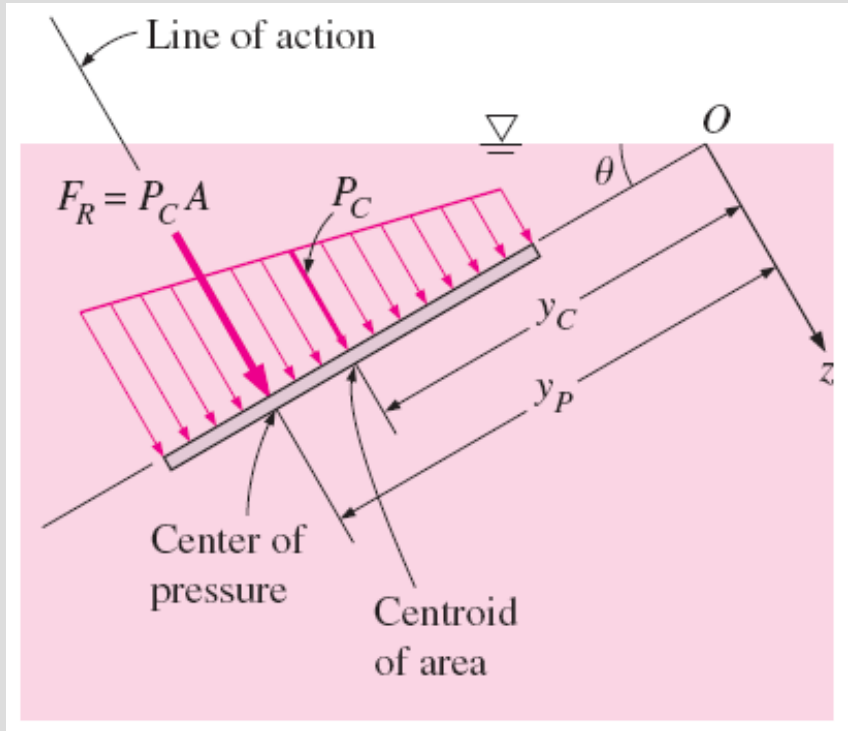
Bir sıvı içerisinde tamamen dalmış, eğimli düz yüzey üzerindeki hidrostatik kuvvet.

$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin \theta)A = (P_0 + \rho g h_C)A = P_C A = P_{avg} A$$



Bir yüzeyin alan merkezindeki basınç, yüzey üzerindeki ortalama basınca eşittir.

Düz bir yüzey üzerine etki eden bileşke kuvvet, yüzeyin kütle merkezindeki basınç ile yüzey alanının çarpımına eşittir ve bu kuvvetin etki çizgisi basınç merkezinden geçer.



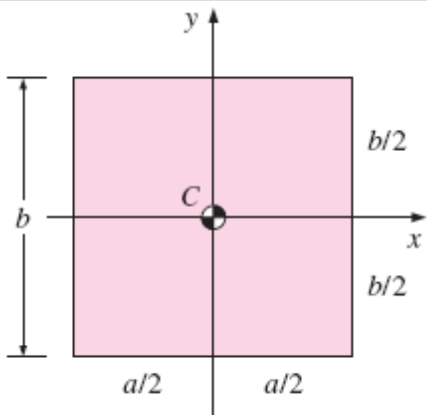
$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin \theta)]A}$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{y_C A}$$

$$I_{xx, O} = \int_A y^2 dA$$

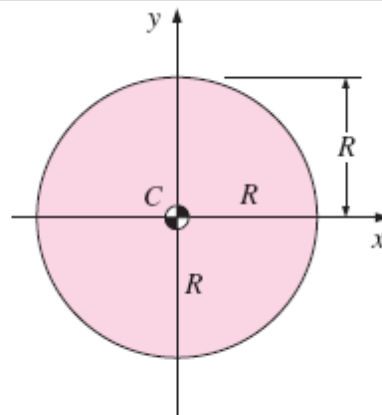
Alan ikinci momenti (alan atalet momenti) x-ekseni civarında.

$$I_{xx, O} = I_{xx, C} + y_C^2 A$$



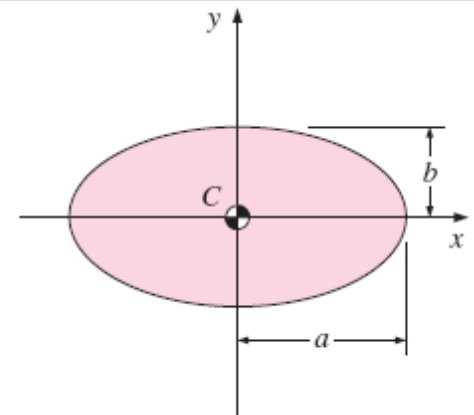
$$A = ab, I_{xx, C} = ab^3/12$$

(a) Rectangle



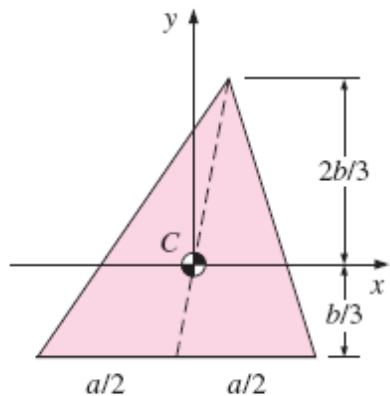
$$A = \pi R^2, I_{xx, C} = \pi R^4/4$$

(b) Circle



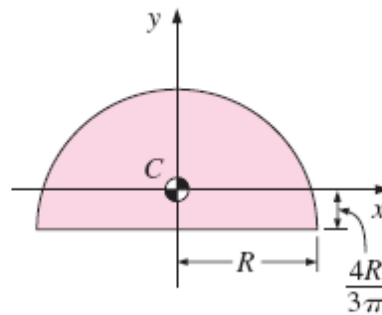
$$A = \pi ab, I_{xx, C} = \pi ab^3/4$$

(c) Ellipse



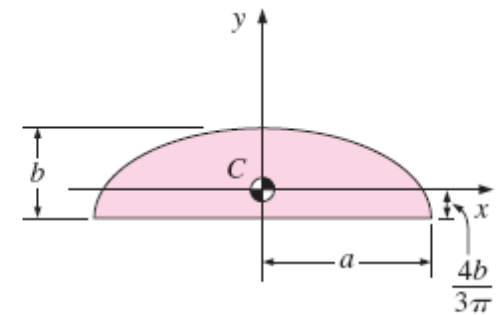
$$A = ab/2, I_{xx, C} = ab^3/36$$

(d) Triangle



$$A = \pi R^2/2, I_{xx, C} = 0.109757R^4$$

(e) Semicircle



$$A = \pi ab/2, I_{xx, C} = 0.109757ab^3$$

(f) Semiellipse

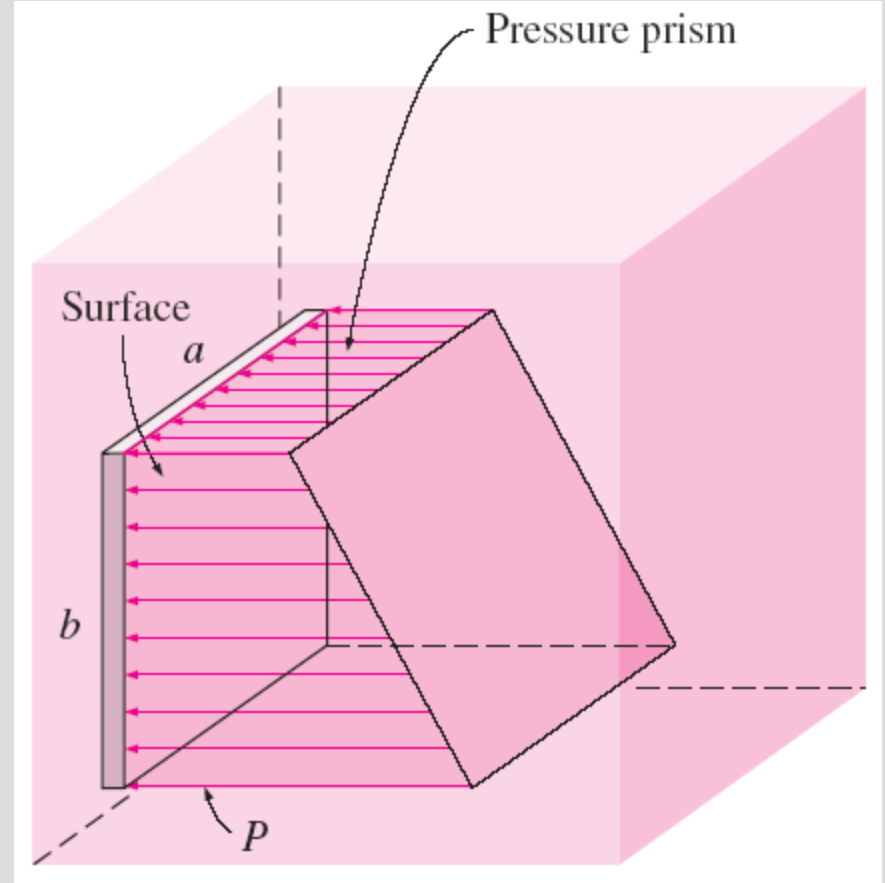
Yakından bilinen bazı geometrilerin kütle merkezleri ve kütle merkezine göre atalet momentleri

Basınç yüzeye dik etkir ve keyfi şekle sahip düz bir plaka üzerindeki hidrostatik kuvvetler; tabaka alanı yüksekliği de doğrusal şekilde değişen basınç olan bir hacmi meydana getirir.

Bu hayali **basınç prizması** ilginç bir fiziksel anlam taşır. $F_R = \int PdA$ olduğundan bu prizmanın **hacmi** plaka üzerine etkiyen bileşke hidrostatik kuvvetin **büyüklüğüne** eşit olup kuvvetin etki çizgisi bu homojen prizmanın **kütle merkezinden** geçer.

Kütle merkezinin plaka üzerindeki izdüşümü **basınç merkezidir**.

Dolayısıyla, basınç merkezi kavramıyla düz yüzey üzerindeki bileşke hidrostatik kuvvetin tarif edilmesi problemi, bu prizmanın hacminin ve kütle merkezinin iki koordinatının bulunmasına indirgenmiş olur.

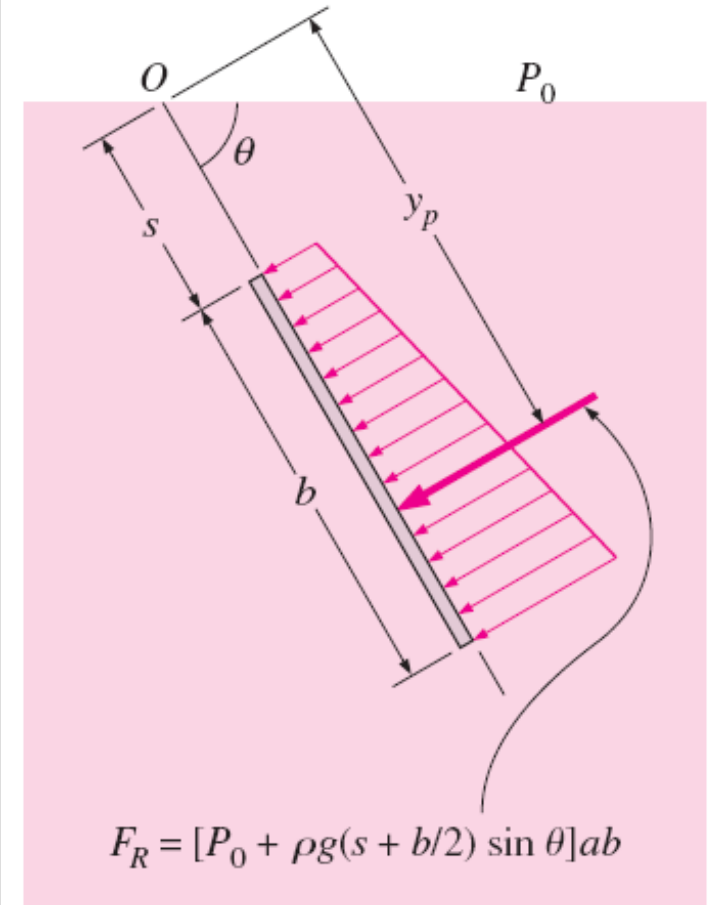


Düz bir yüzey üzerine etkiyen kuvvetler, tabanı (sol yüz) yüzeyin alanı, yüksekliği de basınç olan bir basınç prizması meydana getirir.

Özel Durum: Dalmış Dikdörtgen Plaka

Dalmış eğimli bir dikdörtgen plakanın üst yüzeyine etkiyen hidrostatik kuvvet

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{ab^3/12}{[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]ab}$$
$$= s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]}$$

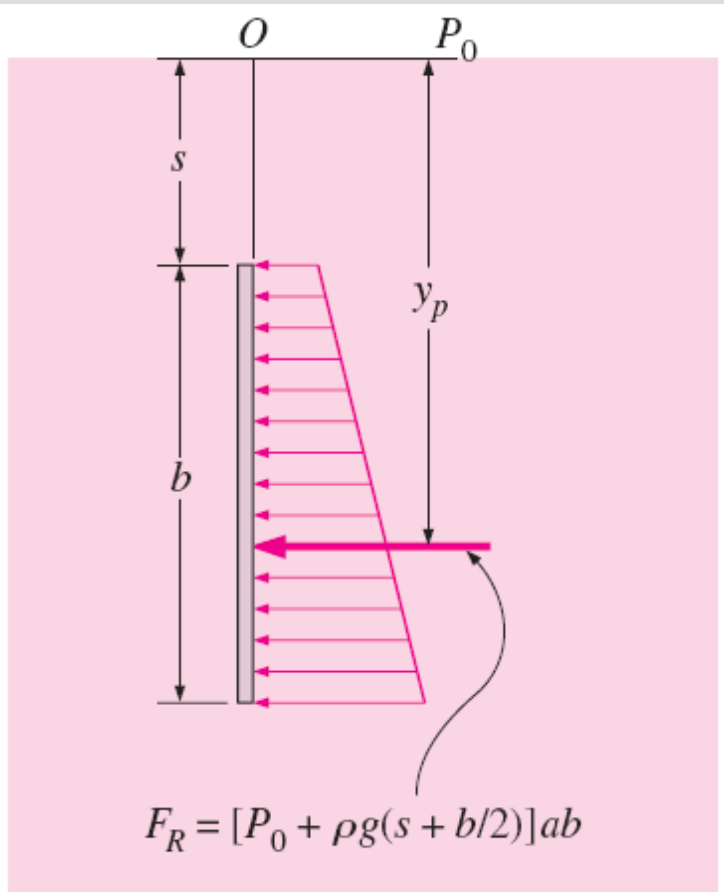


(a) Tilted plate

Tilted rectangular plate: $F_R = P_C A = [P_0 + \rho g(s + b/2) \sin \theta]ab$

Tilted rectangular plate ($s = 0$): $F_R = [P_0 + \rho g(b \sin \theta)/2]ab$

Dalmış düşey bir dikdörtgen plakanın üst yüzeyine etkiyen hidrostatik kuvvet



(b) Vertical plate

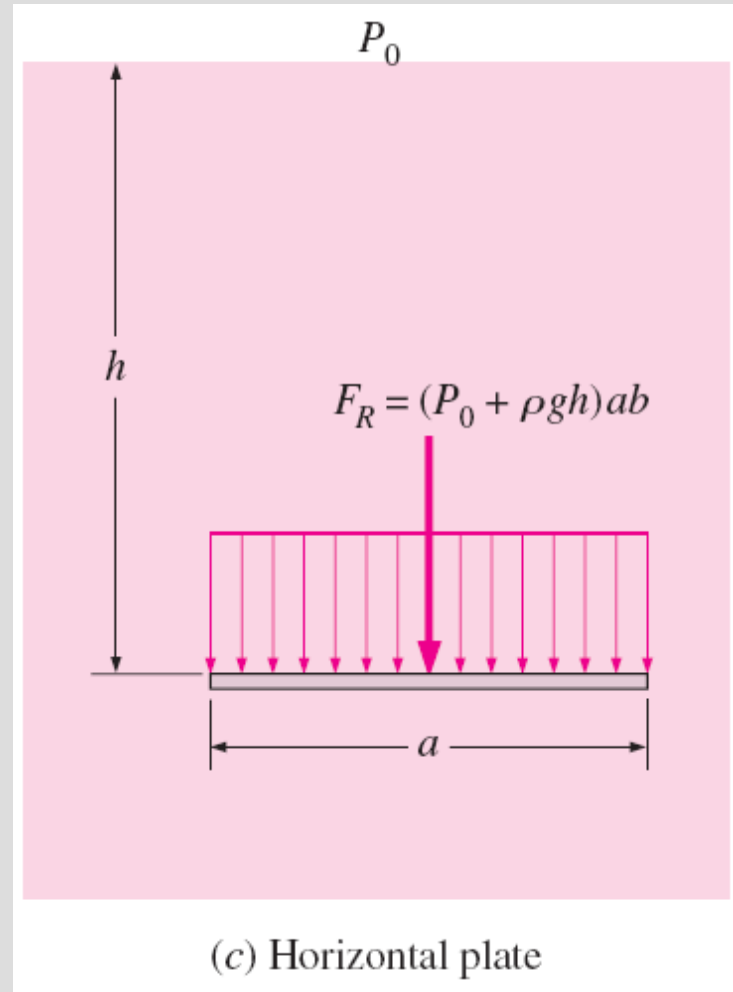
Vertical rectangular plate:

$$F_R = [P_0 + \rho g(s + b/2)]ab$$

Vertical rectangular plate ($s = 0$):

$$F_R = (P_0 + \rho gb/2)ab$$

Dalmış yatay bir
dikdörtgen plakanın üst
yüzeyine etkiyen
hidrostatik kuvvet



Horizontal rectangular plate: $F_R = (P_0 + \rho gh)ab$

Örnek 3.8: Batmış Bir Arabanın Kapısına Etkiyen Hidrostatik Kuvvet

Ağır bir araba kaza sonucu göle uçarak tekerlekleri üzerinde gölün tabanına çökmüştür : Arabanın kapısı 1.2 m yüksekliğinde ve 1 m genişliğinde olup üst kenarı suyun serbest yüzeyinden 8 m aşağıdadır. Kapı üzerindeki hidrostatik kuvveti ve basınç merkezinin konumunu belirleyerek, sürücünün kapıyı açıp açamayacağını tartışınız.

Özellikler: Suyun yoğunluğunu tüm hesaplamalarda 1000 kg/m³ alıyoruz.

Analiz: Kapı üzerindeki ortalama basınç, kapının kütle merkezindeki (orta nokta) basınç olup,

$$\begin{aligned} P_{\text{avg}} &= P_C = \rho g h_C = \rho g (s + b/2) \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(8 + 1.2/2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= \mathbf{84.4 \text{ kN/m}^2} \end{aligned}$$

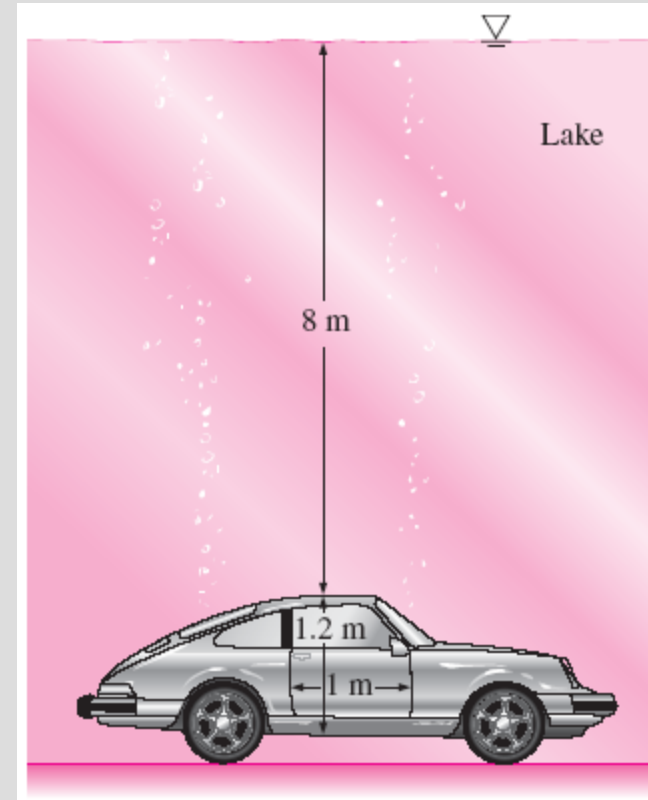
olarak elde edilir. Bu durumda kapı üzerindeki hidrostatik kuvvet,

$$F_R = P_{\text{avg}} A = (84.4 \text{ kN/m}^2)(1 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}) = \mathbf{101.3 \text{ kN}}$$

olur. Basınç merkezi doğrudan kapının orta.noktasının altındadır ve göl yüzeyinden olan mesafesi $P_0 = 0$ alınarak,

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 8 + \frac{1.2}{2} + \frac{1.2^2}{12(8 + 1.2/2)} = \mathbf{8.61 \text{ m}}$$

bulunur.



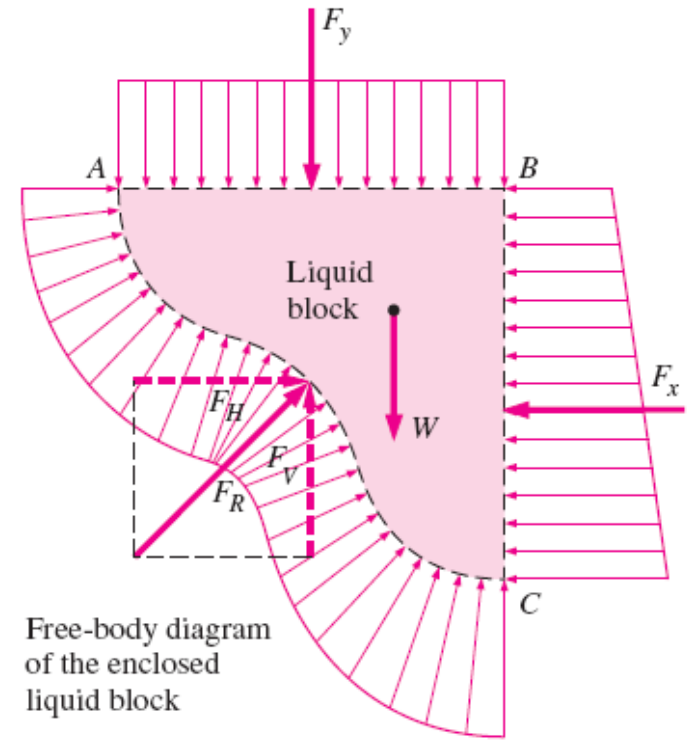
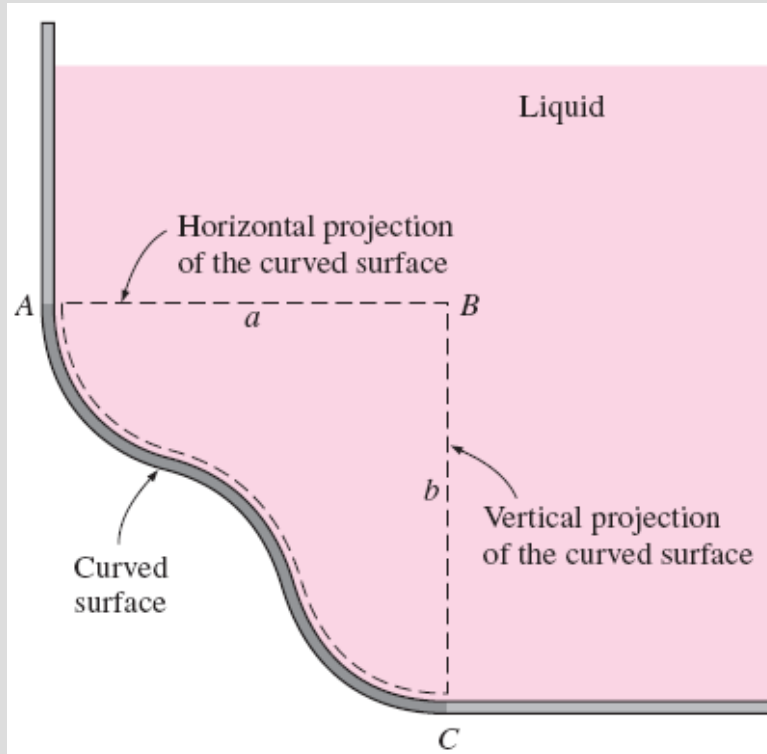
İrdeleme: Ağırlığı 981 N veya 1 kN civarında olan güçlü bir kimse 100 kg yükü kaldırabilir. Ayrıca, bu kişi, maksimum etki yapmak ve 1 kN•m 'lik bir moment meydana getirmek için menteşelerden en uzaktaki bir noktaya (1. m daha uzağa) bu kuvveti uygulanabilir.

Bileşke hidrostatik kuvvet, kapının orta noktasının altından ve menteşelerden 0.5 m 'lik bir mesafeden etkir. Bu ise, sürücünün meydana getirebileceğinin 50 katı olan 50.6 kN m'lik bir moment oluşturur.

Bu nedenle sürücünün kapıyı açabilmesi imkansızdır. Sürücü için en iyi yol bir miktar suyun içeri girmesine (örneğin camı biraz aşağı indirerek) izin vermek ve başını tavana yakın tutmaktır.

Arabanın suyla dolmasına çok az kala kapının her iki yanındaki, basınçların hemen hemen aynı olması ve bu sayede kapının havadaki kadar kolay açılabilir-hale gelmesi nedeniyle sürücü kapıyı açabilir.

3-5 ■ DALMIŞ EĞRİSEL YÜZEYLER ÜZERİNDEKİ HİDROSTATİK KUVVETLER



$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad \alpha = F_V / F_H$$

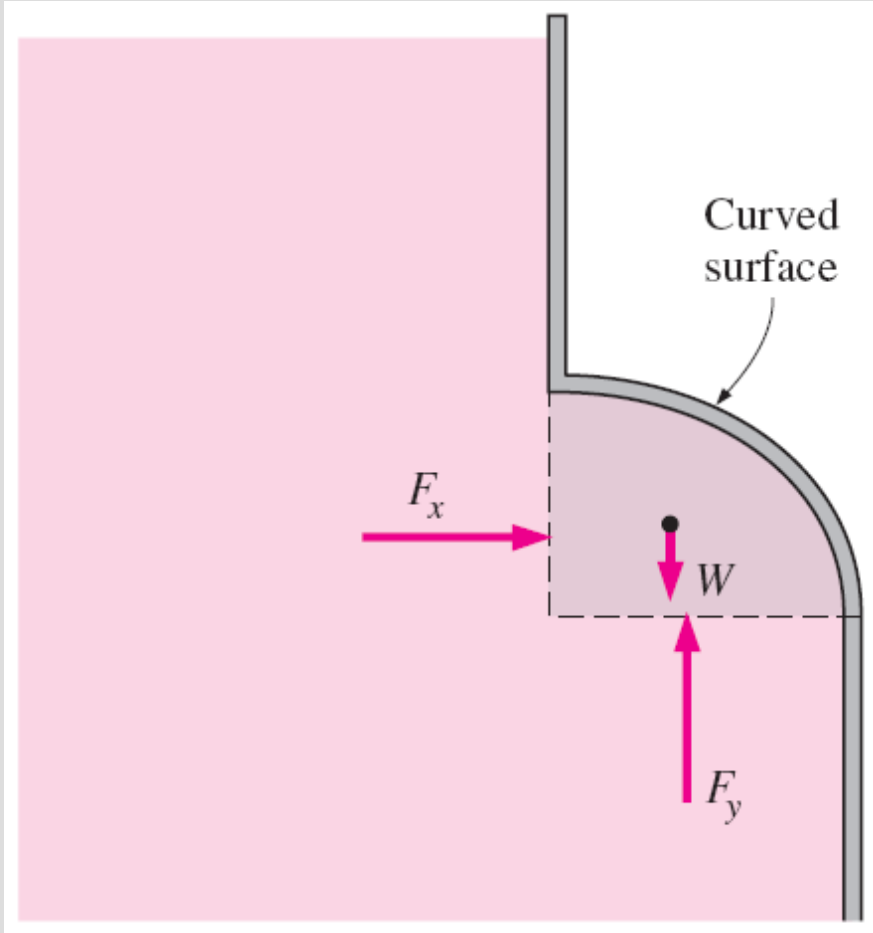
Dalmış eğrisel bir yüzeye etkiyen hidrostatik kuvvetin belirlenmesi.

Horizontal force component on curved surface:

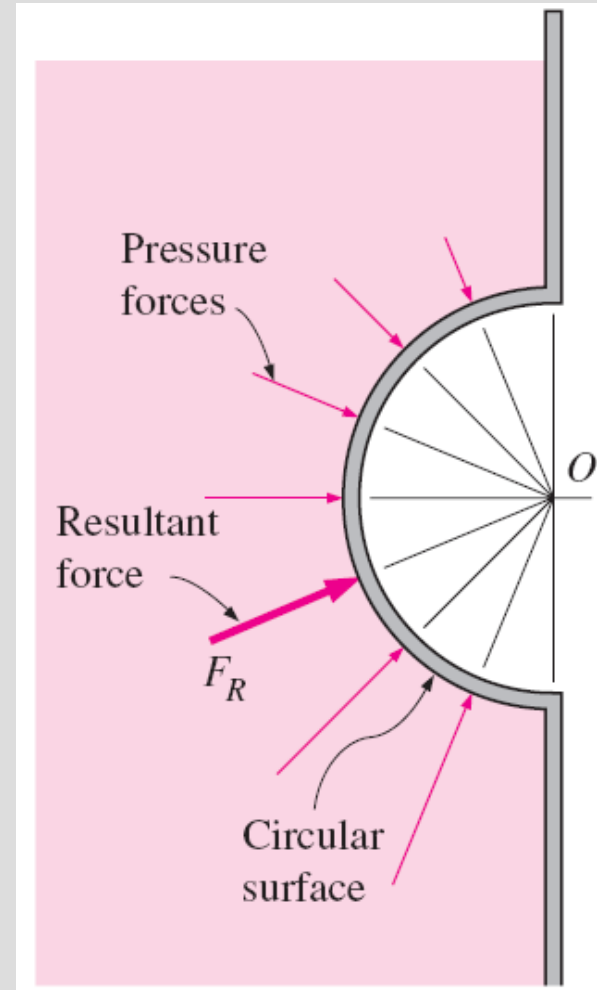
$$F_H = F_x$$

Vertical force component on curved surface:

$$F_V = F_y + W$$



Eğrisel yüzey sıvının üzerinde kalıyorsa, sıvı ağırlığı ve hidrostatik kuvvetin dikey bileşeni zıt yönlerde etkir.



Basınç kuvvetleri yüzeye dik olduğundan ve hepsi de merkezden geçtiğinden, dairesel bir yüzey üzerine etkiyen hidrostatik kuvvet daima daire merkezinden geçer.

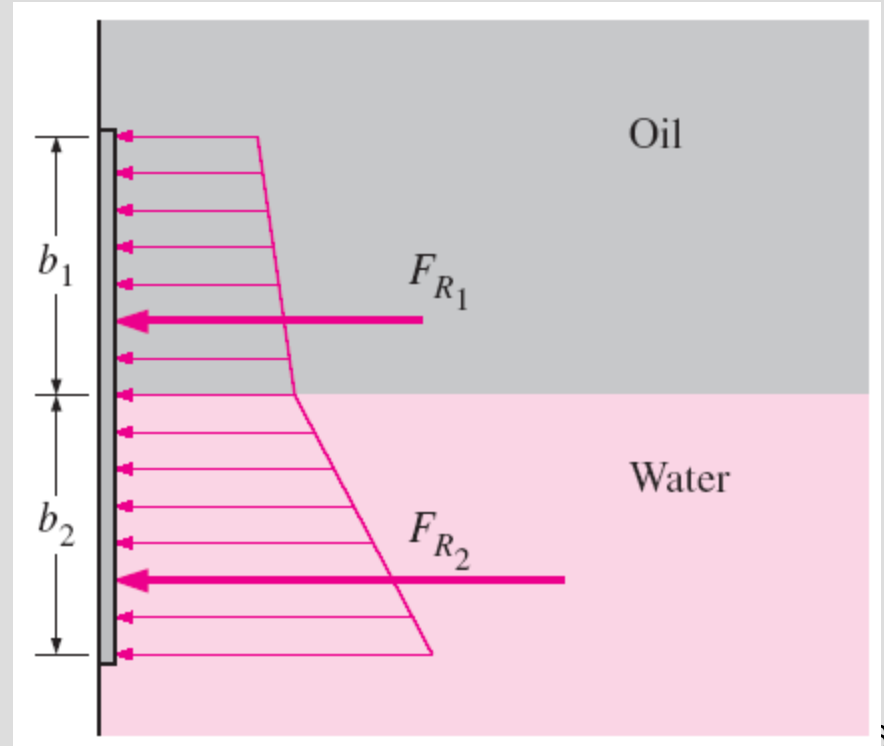
Farklı yoğunluklara sahip **çok tabakalı akışkan** içerisinde dalmış halde bulunan düz veya eğrisel bir yüzey üzerine etkiyen hidrostatik kuvvetler ise, farklı akışkanlar içerisinde kalan yüzeyleri ayrı olarak göze almak, bunların her biri üzerindeki kuvvetleri bulmak ve vektör toplamını kullanarak bu kuvvetleri toplamak suretiyle belirlenir.

Plane surface in a multilayered fluid:

$$F_R = \sum F_{R,i} = \sum P_{C,i} A_i$$

$$P_{C,i} = P_0 + \rho_i g h_{C,i}$$

Çok tabakalı bir akışkan içerisinde dalmış bir yüzey üzerindeki hidrostatik kuvvet, farklı akışkanlar içerisinde kalan yüzeyleri ayrı ayrı göz önüne almak suretiyle belirlenebilir.



ÖRNEK 3-9 Yerçekimi Kontrollü Silindirik Kapak

A noktasından mafsallı 0.8 m yarıçapında uzun bir silindir, Şekil 3-36'da görüldüğü gibi otomatik kapak olarak kullanılmakta olup su seviyesi 5 m'ye ulaştığında kapak A noktasındaki mafsal etrafında açılmaktadır. (a) Kapak açıldığı anda silindir üzerine etkiyen hidrostatik kuvveti ve etki çizgisini ve (b) silindirin 1 metre uzunluğunun ağırlığını hesaplayınız.

ÇÖZÜM Bir depodaki su yüksekliği, depoya mafsallanan bir silindirik kapak ile kontrol edilmektedir. Silindir üzerindeki hidrostatik kuvvet ve silindirin 1 m uzunluğunun ağırlığı belirlenecektir.

Kabuller 1 Mafsaldaki sürtünme ihmal edilmektedir. 2 Atmosferik basınç kapağın her iki tarafına da etkimektedir ve dikkate alınmayacaktır.

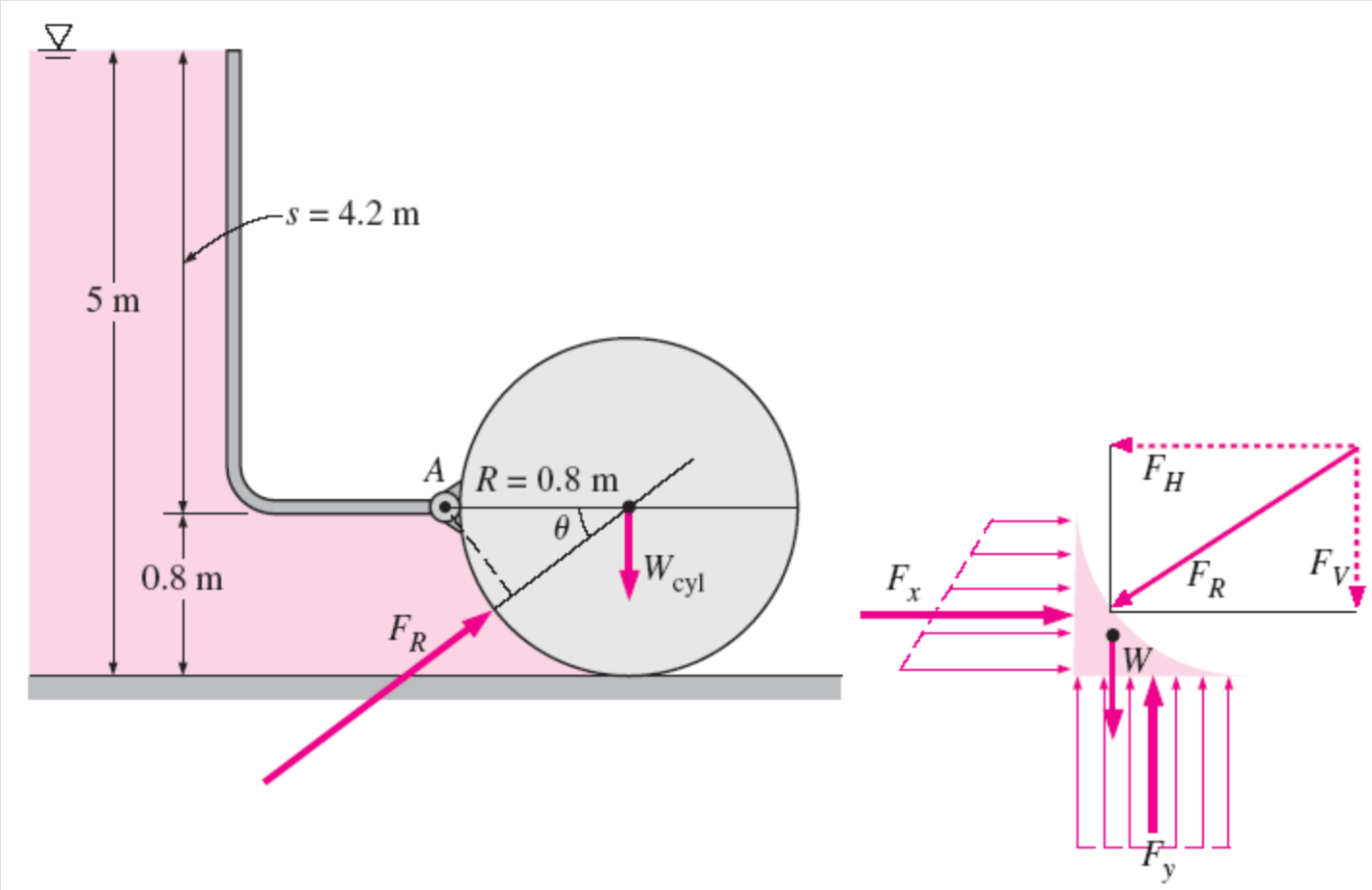
Özellikler Tüm hesaplamalarda suyun yoğunluğunu 1000 kg/m^3 olarak alıyoruz.

Analiz (a) Dairesel silindir yüzeyi ve bunun yatay ve düşey izdüşümleriyle sınırlandırılan sıvı bloğunun serbest cisim diyagramını göz önüne alalım. Düşey ve yatay düz yüzeylere gelen hidrostatik kuvvetler ile sıvı bloğunun ağırlığı şu şekilde hesaplanır:

Düşey yüzeydeki yatay kuvvet:

$$\begin{aligned} F_H = F_x = P_{\text{ort}} A &= \rho g h_c A = \rho g (s + R/2) A \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(4.2 + 0.8/2 \text{ m})(0.8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &= 36.1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Yatay yüzeydeki düşey kuvvet (yukarı yönlü):



Örnek 3-9'un şematik çizimi ve silindirin altında kalan bir akışkanın serbest cisim diyagramı.

$$\begin{aligned}
F_y &= P_{\text{ort}} A = \rho g h_C A = \rho g h_{\text{taban}} A \\
&= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m})(0.8 \text{ m} \times 1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
&= 39.2 \text{ kN}
\end{aligned}$$

Akışkan bloğunun 1 m uzunluğunun ağırlığı (aşağı yönlü):

$$\begin{aligned}
W &= mg = \rho g V = \rho g (R^2 - \pi R^2/4)(1 \text{ m}) \\
&= (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.8 \text{ m})^2(1 - \pi/4)(1 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\
&= 1.3 \text{ kN}
\end{aligned}$$

Dolayısıyla yukarı yönlü net düşey kuvvet,

$$F_V = F_y - W = 39.2 - 1.3 = 37.9 \text{ kN}$$

olacaktır. Bu durumda silindirik yüzey üzerine etkiyen kuvvetin büyüklüğü ve yönü,

$$\begin{aligned}
F_R &= \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{36.1^2 + 37.9^2} = 52.3 \text{ kN} \\
\tan \theta &= F_V/F_H = 37.9/36.1 = 1.05 \rightarrow \theta = 46.4^\circ
\end{aligned}$$

olarak bulunur. Dolayısıyla silindir üzerine etkiyen hidrostatik kuvvetin büyüklüğü, 1 m silindir uzunluğu başına 52.3 kN olup etki çizgisi yatayla 46.4° açı yapacak şekilde silindirin merkezinden geçer.

(b) Su seviyesi 5 m olduğunda kapak açılmak üzeredir ve böylece silindirin tabanındaki tepki kuvveti sıfırdır. Buna göre, mafsal kuvvetleri dışında silindir üzerine etkiyen kuvvetler, silindirin merkezindeki kendi ağırlığı ve su tarafından uygulanan hidrostatik kuvvettir. Mafsal üzerinde bulunan A noktasına göre moment alır ve bunu da sifira eşitlersek,

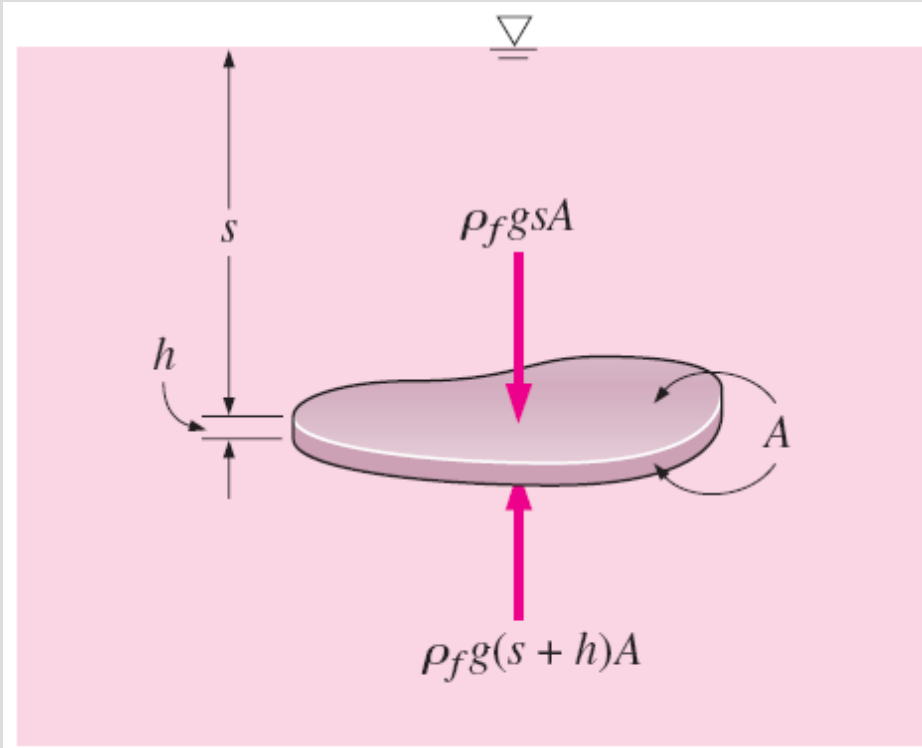
$$F_R R \sin \theta - W_{\text{silindir}} R = 0 \rightarrow W_{\text{silindir}} = F_R \sin \theta = (52.3 \text{ kN}) \sin 46.4^\circ = 37.9 \text{ kN}$$

elde ederiz.

İrdeleme Silindirin 1 m uzunluğunun ağırlığı 37.9 kN olarak bulundu. Bunun 1 m uzunluk başına 3863 kg'lık bir kütleye ve silindir malzemesi için 1921 kg/m^3 lük bir yoğunluğa karşılık geldiği gösterilebilir.

3-6 ■ YÜZME VE KARARLILIK

Kaldırma kuvveti: Akışkan tarafından içerisine daldırılan cisme karşı yukarı doğru uygulanan kuvvet. Kaldırma kuvveti, bir akışkan içerisindeki basıncın derinlikle artmasından kaynaklanır.



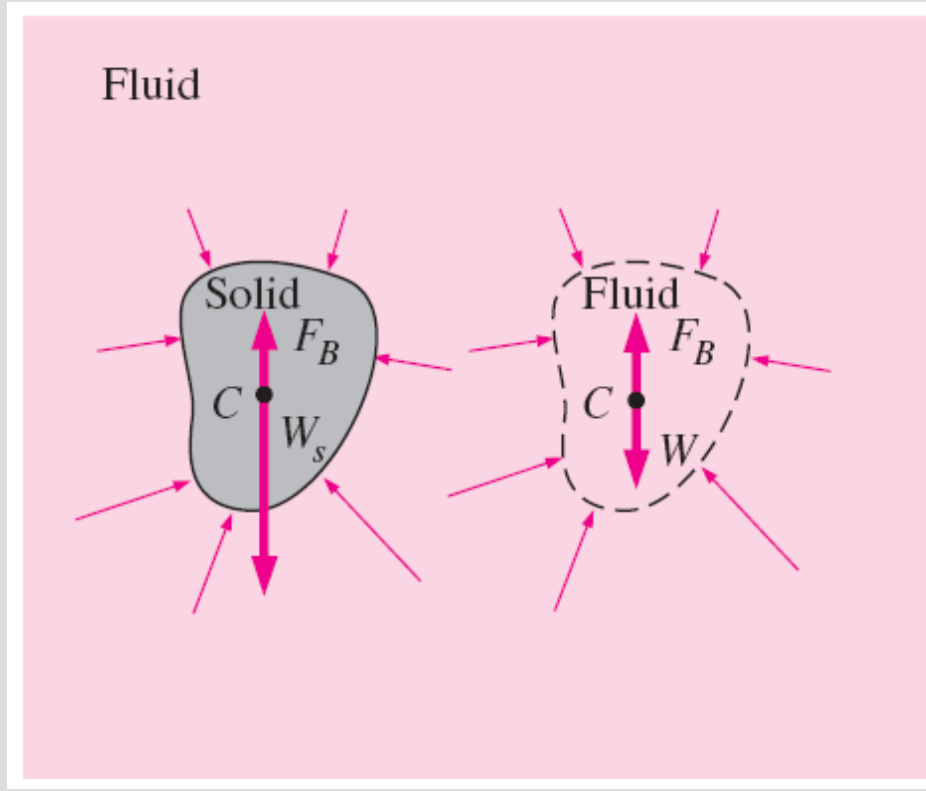
Serbest yüzeye paralel olarak bir sıvı içerisine daldırılmış olan h kalınlığındaki düz plaka

Plaka üzerine etki eden kaldırma kuvveti, plaka tarafından yer değiştirilen sıvının ağırlığına eşittir.

Sabit bir yoğunluğa sahip sıvıda, kaldırma kuvveti, cismin sıvının serbest yüzeyinden olan mesafesinden bağımsızdır.

Bu kuvvet ayrıca katı cismin yoğunluğundan da bağımsızdır.

$$F_B = F_{\text{bottom}} - F_{\text{top}} = \rho_f g (s + h) A - \rho_f g s A = \rho_f g h A = \rho_f g V$$

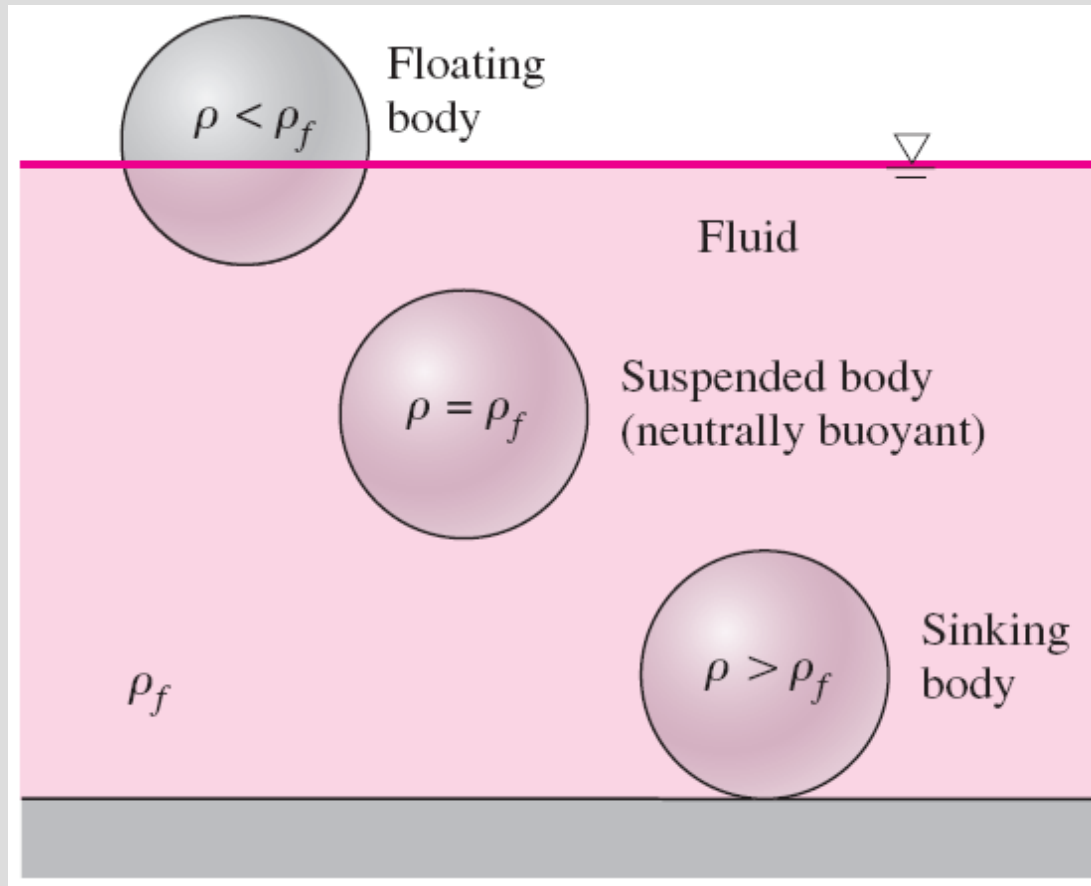


Bir akışkan içerisinde daldırılan katı bir cisme etkiyen kaldırma kuvvetiyle, aynı derinlikte bulunan aynı şekle sahip bir akışkan hacmine etkiyen kaldırma kuvveti özdeştir. F_B kaldırma kuvveti, yer değiştiren hacmin kütle merkezi boyunca etki büyüklüğü ise, yer değiştiren akışkanın W ağırlığına eşit ancak buna zıt yönlüdür. *Homojen yoğunluklu katı bir cismin W_s ağırlığı da kütle merkezi boyunca etki, ancak bunun büyüklüğü tam olarak yer değiştirdiği akışkanın ağırlığına eşit değildir. (Burada $W_s > W$ ve böylece $W_s > F_B$ olur ve cisim batar)*

Archimedes' principle: Bir akışkan içerisinde daldırılan bir cisme etkiyen kaldırma kuvveti, bu cisim tarafından yer değiştirilen akışkanın ağırlığına eşittir ve bu kuvvet, yer değiştiren hacmin kütle merkezi boyunca yukarıya doğru etki.

Yüzen cisimler için cismin tüm ağırlığı, yüzen cismin batan kısmının hacmi kadar akışkan ağırlığına eşit olan kaldırma kuvvetine eşit olmalıdır.

$$F_B = W \rightarrow \rho_f g V_{\text{sub}} = \rho_{\text{avg, body}} g V_{\text{total}} \rightarrow \frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_{\text{avg, body}}}{\rho_f}$$



Bir akışkan içerisine bırakılan katı cisim, akışkanın yoğunluğuna göre cismin yoğunluğuna bağlı olarak batar, yüzer veya akışkan içerisinde herhangi bir noktada hareketsiz kalır.



Sıcak hava balonunun yüksekliği, ılık havanın soğuk havadan daha az yoğun olmasına bağlı olarak balonun dışındaki ve içindeki sıcaklık farkıyla kontrol edilir. Balon yükselmiyor ya da alçalmıyorken yukarı doğru kaldırma kuvveti tam olarak aşağı doğru ağırlığı dengeler.

EXAMPLE 3–10 Measuring Specific Gravity by a Hydrometer

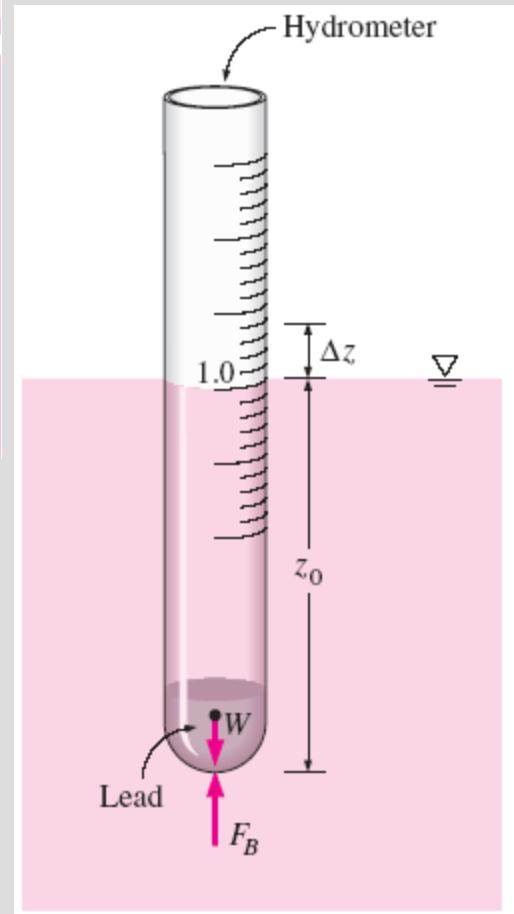
If you have a seawater aquarium, you have probably used a small cylindrical glass tube with a lead-weight at its bottom to measure the salinity of the water by simply watching how deep the tube sinks. Such a device that floats in a vertical position and is used to measure the specific gravity of a liquid is called a *hydrometer* (Fig. 3–43). The top part of the hydrometer extends above the liquid surface, and the divisions on it allow one to read the specific gravity directly. The hydrometer is calibrated such that in pure water it reads exactly 1.0 at the air–water interface. (a) Obtain a relation for the specific gravity of a liquid as a function of distance Δz from the mark corresponding to pure water and (b) determine the mass of lead that must be poured into a 1-cm-diameter, 20-cm-long hydrometer if it is to float halfway (the 10-cm mark) in pure water.

Properties We take the density of pure water to be 1000 kg/m^3 .

Analysis (a) Noting that the hydrometer is in static equilibrium, the buoyant force F_B exerted by the liquid must always be equal to the weight W of the hydrometer. In pure water (subscript w), we let the vertical distance between the bottom of the hydrometer and the free surface of water be z_0 . Setting $F_{B,w} = W$ in this case gives

$$W_{\text{hydro}} = F_{B,w} = \rho_w g V_{\text{sub}} = \rho_w g A z_0 \quad (1)$$

where A is the cross-sectional area of the tube, and ρ_w is the density of pure water.



In a fluid lighter than water ($\rho_f < \rho_w$), the hydrometer will sink deeper, and the liquid level will be a distance of Δz above z_0 . Again setting $F_B = W$ gives

$$W_{\text{hydro}} = F_{B,f} = \rho_f g V_{\text{sub}} = \rho_f g A(z_0 + \Delta z) \quad (2)$$

This relation is also valid for fluids heavier than water by taking Δz to be a negative quantity. Setting Eqs. (1) and (2) here equal to each other since the weight of the hydrometer is constant and rearranging gives

$$\rho_w g A z_0 = \rho_f g A(z_0 + \Delta z) \quad \rightarrow \quad SG_f = \frac{\rho_f}{\rho_w} = \frac{z_0}{z_0 + \Delta z}$$

which is the relation between the specific gravity of the fluid and Δz . Note that z_0 is constant for a given hydrometer and Δz is negative for fluids heavier than pure water.

(b) Disregarding the weight of the glass tube, the amount of lead that needs to be added to the tube is determined from the requirement that the weight of the lead be equal to the buoyant force. When the hydrometer is floating with half of it submerged in water, the buoyant force acting on it is

$$F_B = \rho_w g V_{\text{sub}}$$

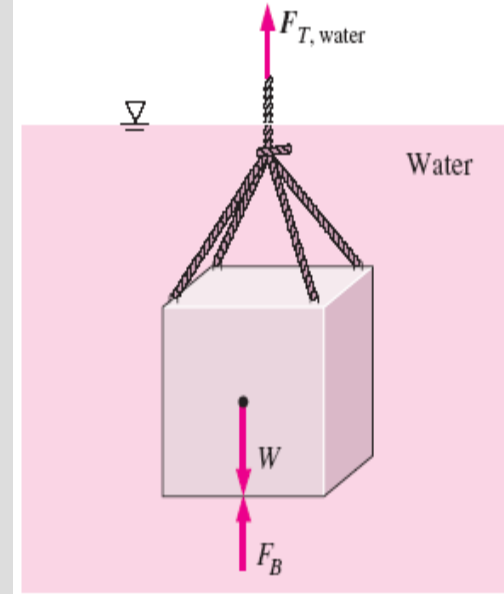
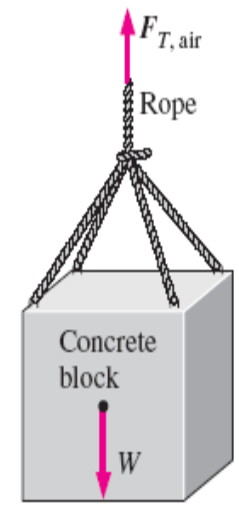
Equating F_B to the weight of lead gives

$$W = mg = \rho_w g V_{\text{sub}}$$

Solving for m and substituting, the mass of lead is determined to be

$$m = \rho_w V_{\text{sub}} = \rho_w (\pi R^2 h_{\text{sub}}) = (1000 \text{ kg/m}^3) [\pi (0.005 \text{ m})^2 (0.1 \text{ m})] = \mathbf{0.00785 \text{ kg}}$$

Discussion Note that if the hydrometer were required to sink only 5 cm in water, the required mass of lead would be one-half of this amount. Also, the assumption that the weight of the glass tube is negligible is questionable since the mass of lead is only 7.85 g.



Örnek 3-11: Deniz Suyuna Daldırılan Bir Cismin Hafiflemesi

Bir vinç, su altı inşaatı projesinde kullanılmak üzere yükleri denize (yoğunluk = 1025 kg/m^3) indirmektedir. $0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ boyutlarında dikdörtgensel bir beton bloğun (yoğunluk = 2300 kg/m^3) vinç halatında oluşturduğu çekme kuvvetini, (a) blok havada asılıyken ve (b) tamamen suya gömülüyken hesaplayınız.

Özellikler : Deniz suyu için yoğunluk 1025 kg/m^3 , beton için ise 2300 kg/m^3 verilmiştir.

Analiz: a) Beton bloğun serbest cisim diyagramını göz önüne alalım. Havadayken beton blok üzerine etkiyen kuvvetler, kendi ağırlığı ve halat tarafından yukarı doğru çekme kuvvetidir (gerilim). Bu iki kuvvetin birbirini dengelemesi gerektiğinden halattaki çekme kuvveti bloğun ağırlığına eşit olmalıdır:

$$V = (0.4 \text{ m})(0.4 \text{ m})(3 \text{ m}) = 0.48 \text{ m}^3$$

$$F_{T, \text{air}} = W = \rho_{\text{concrete}} g V$$

$$= (2300 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.48 \text{ m}^3) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{10.8 \text{ kN}}$$

(b) Blok suya gömüldüğünde, yukarı doğru etkiyen ilave kaldırma kuvveti meydana gelir. Bu durum için kuvvet dengesi ise,

$$F_B = \rho_f g V = (1025 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.48 \text{ m}^3) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 4.8 \text{ kN}$$

$$F_{T, \text{water}} = W - F_B = 10.8 - 4.8 = \mathbf{6.0 \text{ kN}}$$

Sunucunu verir.

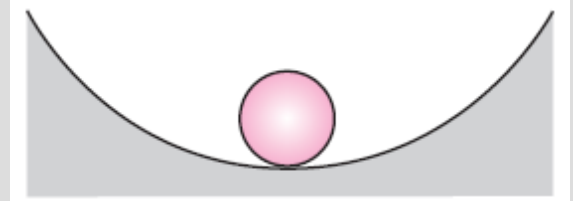
İrdelenme; Beton blok ağırlığının, dolayısıyla halattaki çekme kuvvetinin su içerisinde $(10.8 - 6.0)/10.8 = \%55$ azaldığına dikkat ediniz.

Dalmış ve Yüzen Cisimlerin Dengesi

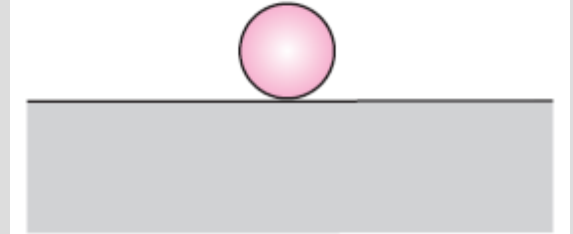


Gemi benzeri yüzen cisimler için dengesi güvenlik bakımından önemli bir konudur.

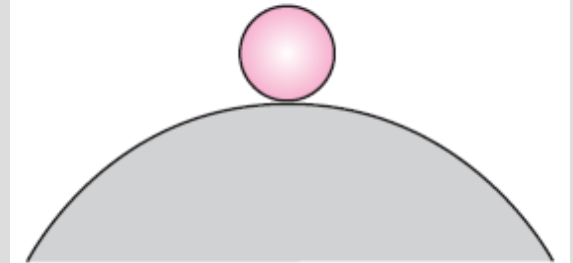
Kararlılık, zemin üzerindeki bir topun analiziyle kolayca anlaşılır.



(a) Stable

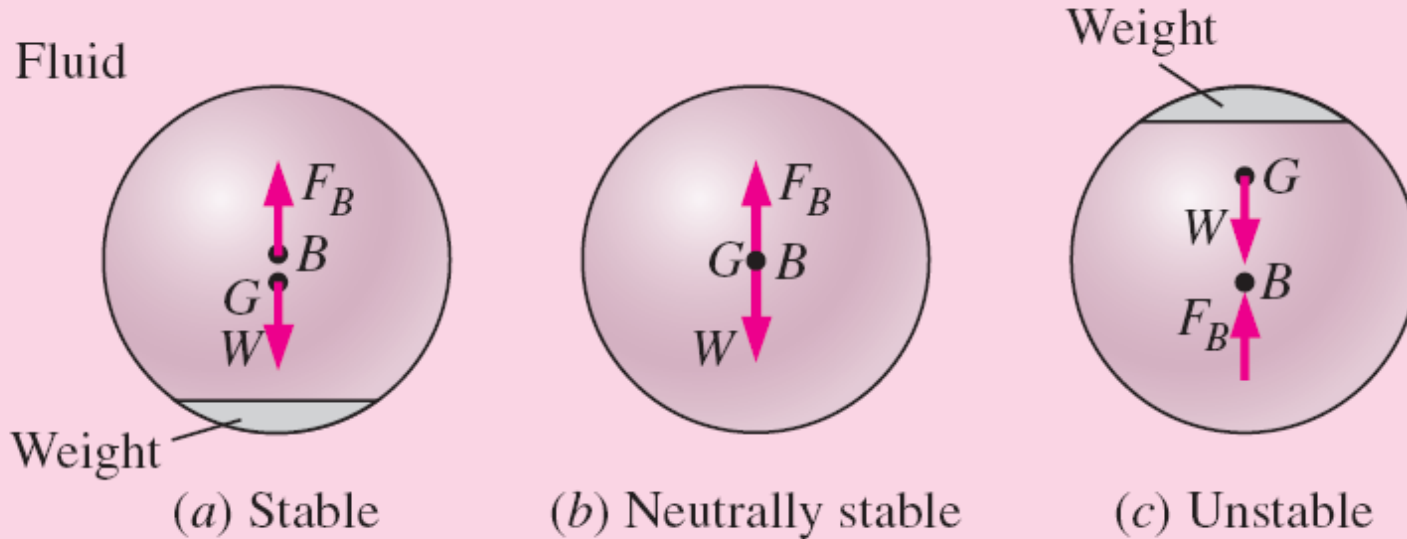


(b) Neutrally stable

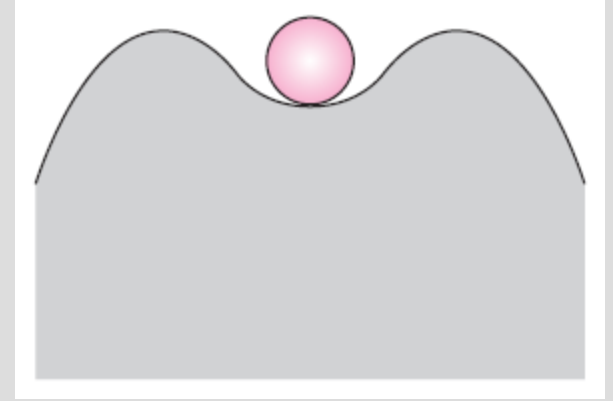
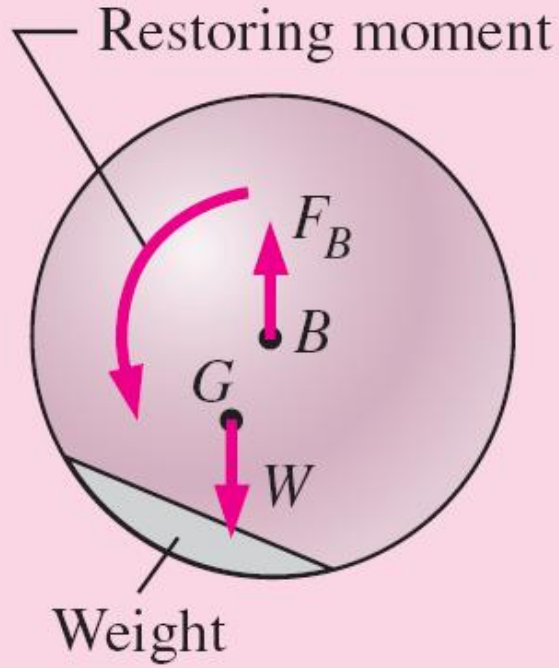


(c) Unstable

Yüzen bir cisim düşey kararlılığa sahipken, nötr olarak yüzen dalmış bir cisim, bozucu etkiden sonra eski konumuna geri dönmeyeceği için nötr kararlıdır.

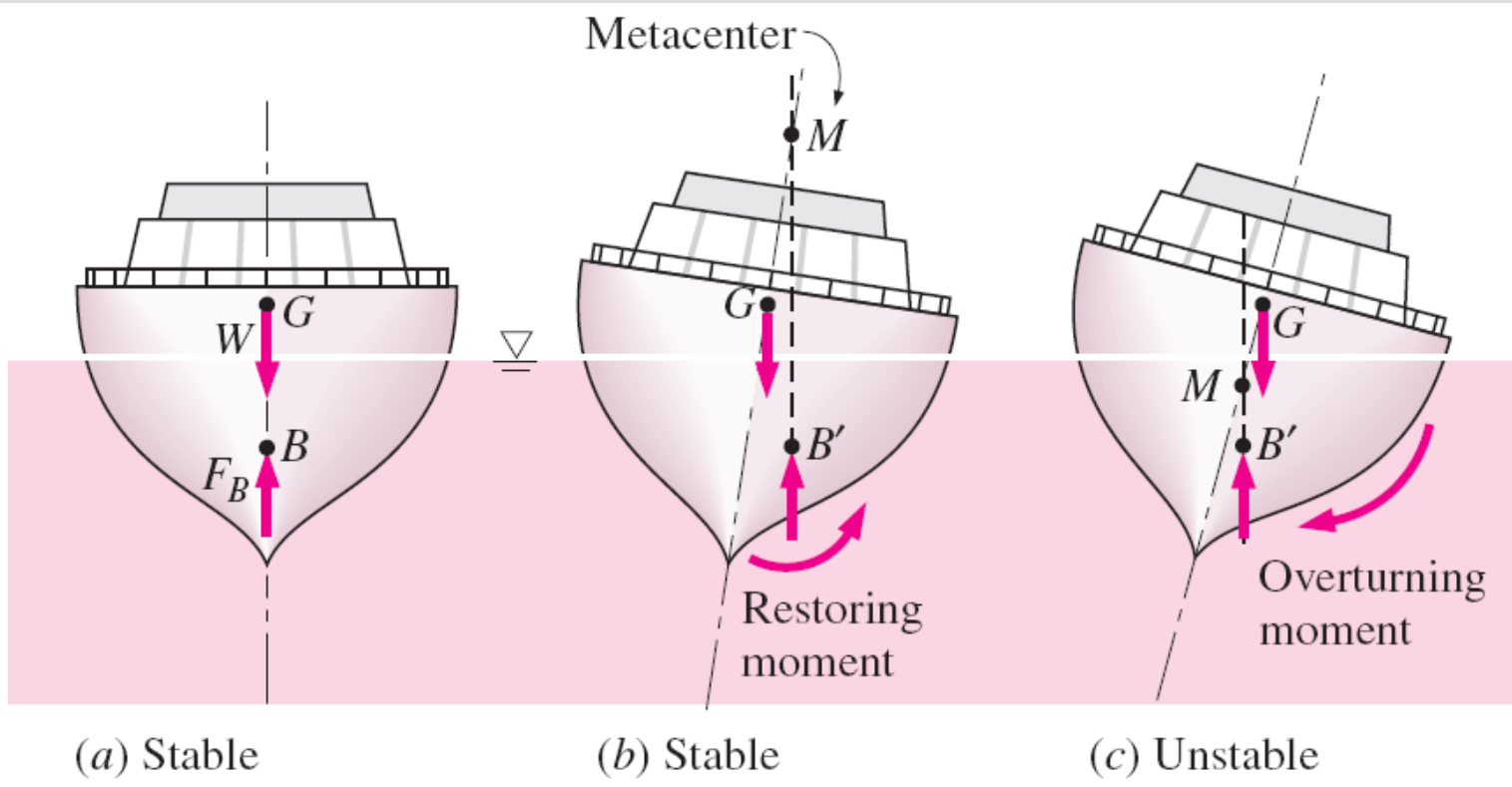


Dalmış bir cisim, eğer ağırlık merkezi G doğrudan kaldırma merkezi B 'nin altında kalıyorsa (a) kararlıdır, G ve B üst üste geliyorsa (b) nötr kararlıdır veya G doğrudan B 'nin üzerindeyse (c) kararsızdır.



Dalmış nötr olarak yüzen bir cismin ağırlık merkezi G , cismin kaldırma merkezi B ile düşey olarak aynı hizada değilse, cisim bir denge halinde değildir ve bozucu bir etki olmasa bile kararlı durumuna doğru dönme hareketi yapar.

İki tepe arasındaki bir top, küçük bozucu etkiler için kararlı, ancak büyük bozucu etkiler için kararsızdır.



Yüzen cisim eğer tabanı ağır bir cisimse ve böylece G ağırlık merkezi cismin B kaldırma merkezinin altında veya M metasantr noktası G noktasının üzerinde kalıyorsa kararlıdır. Bununla birlikte eğer M noktası G noktasının altındaysa cisim kararsızdır. **Metasantr yüksekliği GM :** Ağırlık merkezi G ve metasantr noktası M arasındaki mesafe – Metasantr noktası, dönme öncesi ve dönme sonrası cisme etkiyen kaldırma kuvvetlerinin etki çizgilerinin kesişim noktasıdır.

Metasantr yüksekliğinin büyüklüğü stabilitenin ölçüsüdür, ne kadar büyük ise yüzen cisim o kadar dengeli olur.

3-7 ■ RİJİD CİSİM HAREKETİ YAPAN AKIŞKANLAR

Bir noktadaki basınç tüm yönlerde aynı büyüklüktedir dolayısıyla skaler bir büyüklüktür.

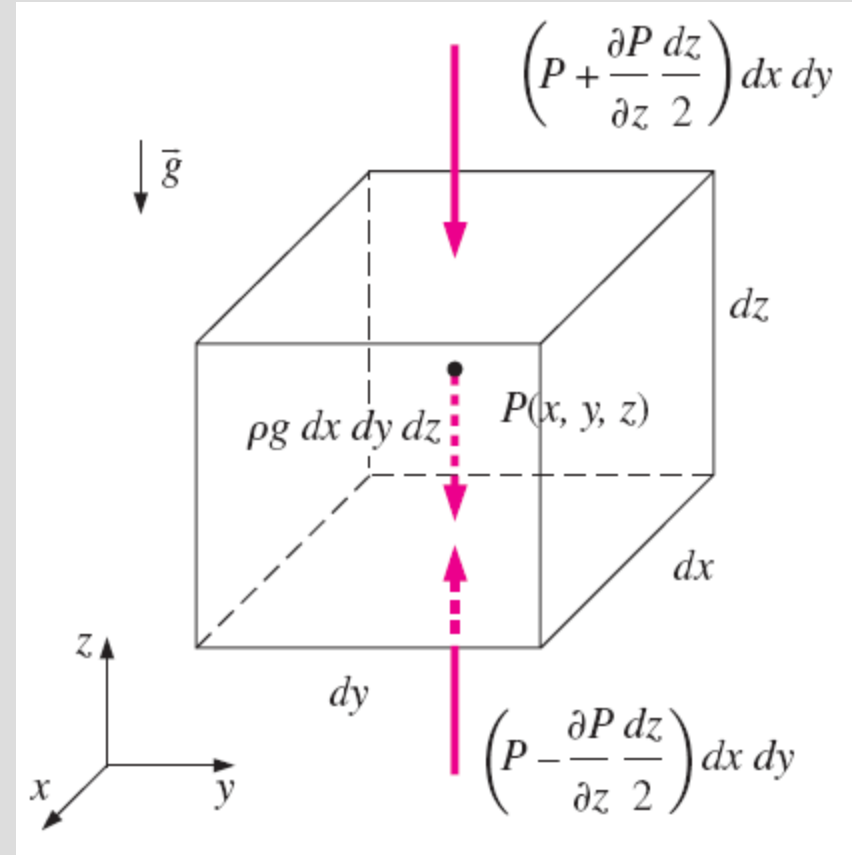
Bu kısımda ise, ivmeli veya ivmesiz olarak herhangi bir kayma gerilmesi (yani akışkan tabakalarının birbirlerine göre bağıl hareketi) olmaksızın katı cisim gibi hareket eden akışkanlar içerisindeki basınç değişimi için bağıntılar elde edeceğiz.

$$\delta \vec{F} = \delta m \cdot \vec{a}$$

$$\delta m = \rho dV = \rho dx dy dz$$

$$\delta F_{S,z} = \left(P - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy = -\frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz$$

$$\delta F_{S,x} = -\frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz \quad \text{and} \quad \delta F_{S,y} = -\frac{\partial P}{\partial y} dx dy dz$$



$$\begin{aligned}\delta\vec{F}_S &= \delta F_{S,x}\vec{i} + \delta F_{S,y}\vec{j} + \delta F_{S,z}\vec{k} \\ &= -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k}\right) dx dy dz = -\vec{\nabla}P dx dy dz\end{aligned}$$

$$\vec{\nabla}P = \frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k}$$

$$\delta\vec{F}_{B,z} = -g\delta m\vec{k} = -\rho g dx dy dz\vec{k}$$

$$\delta\vec{F} = \delta\vec{F}_S + \delta\vec{F}_B = -(\vec{\nabla}P + \rho g\vec{k}) dx dy dz$$

Rigid-body motion of fluids: $\vec{\nabla}P + \rho g\vec{k} = -\rho\vec{a}$

$$\frac{\partial P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{k} + \rho g\vec{k} = -\rho(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k})$$

Accelerating fluids: $\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x$, $\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y$, and $\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z)$

Özel Durum 1: Durgun Haldeki Akışkanlar

Durgun halde olan veya doğrusal bir yörünge üzerinde sabit hızla hareket eden akışkanlar için tüm ivme bileşenleri sıfırdır ve bağıntılar aşağıdaki hale gelir

$$\textit{Fluids at rest:} \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad \text{and} \quad \frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Durgun haldeki akışkanlarda basınç herhangi bir yatay doğrultuda sabit kalmaktadır (P , x ve y 'den bağımsızdır) ve yerçekiminin bir sonucu olarak yalnızca düşey doğrultuda değişir [$P = P(z)$]. Bu bağıntılar hem sıkıştırılabilir hem de sıkıştırılmaz akışkanlar için uygulanabilir.

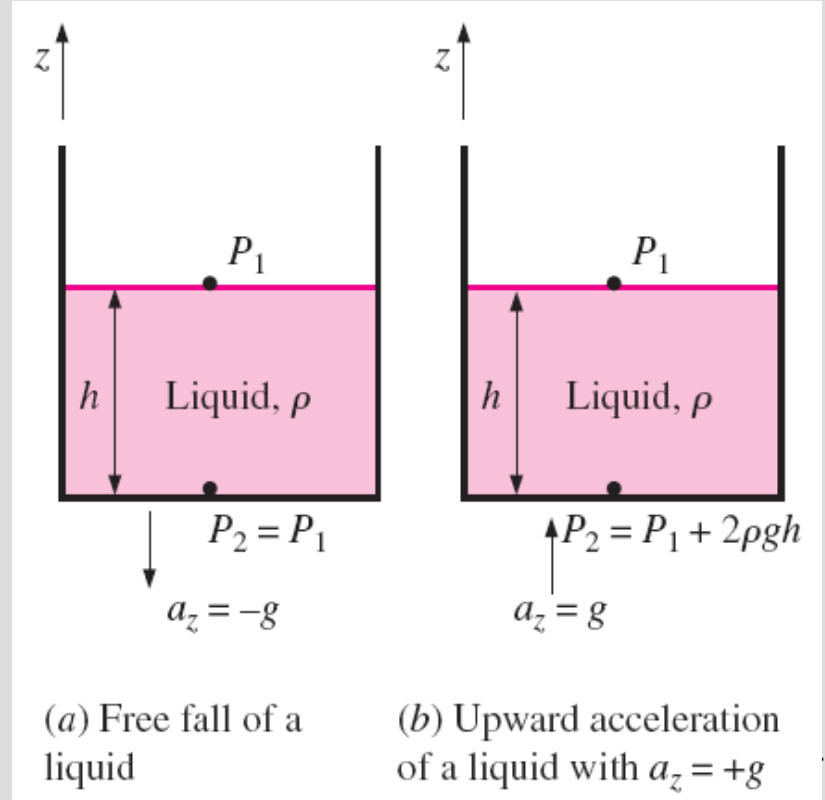
Özel Durum 2: Akışkanın Serbest Düşmesi

Serbest olarak düşen bir cisim yerçekimi etkisiyle ivmelenir. Hava direnci ihmal edildiğinde cismin ivmesi yerçekimi ivmesine eşit olur ve herhangi bir yatay doğrultuda ivme sıfırdır. Dolayısıyla $a_x = a_y = 0$ and $a_z = -g$ elde edilir.

Free-falling fluids:
$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow \quad P = \text{constant}$$

Dolayısıyla, akışkanla beraber hareket eden bir referans koordinat sistemine göre akışkan, sıfır yerçekimli bir ortamdymış gibi davranır. Ayrıca, serbest düşen bir su damlası içerisindeki etkin basınç da sıfırdır.

Serbest düşme ve yukarı doğru ivmelenme esnasında ivmenin akışkan içerisindeki basınca etkisi.

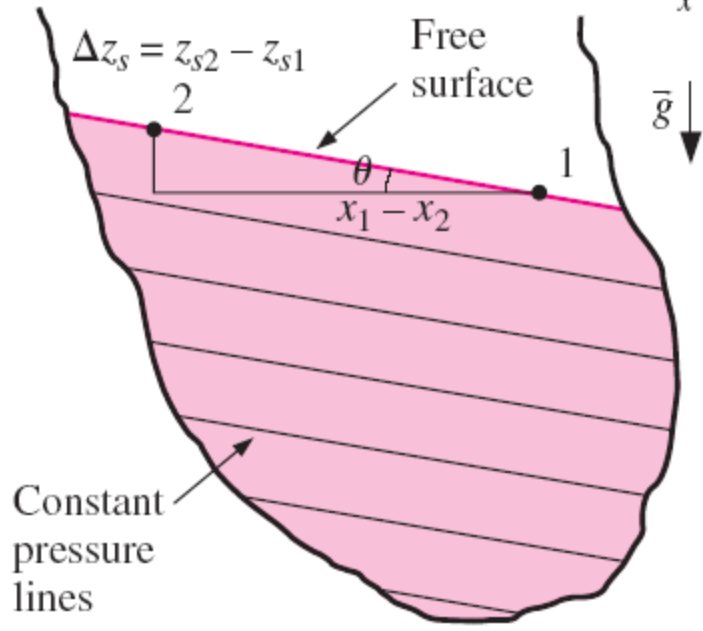


Doğrusal olarak ivmelenen bir sıvıdaki sabit basınç çizgileri (bunlar sabit basınçtaki serbest yüzeyin xz-düzlemindeki izdüşümleridir) ve düşey yükselme.

Vertical rise of surface:

$$\Delta z_s = z_{s2} - z_{s1} = -\frac{a_x}{g + a_z} (x_2 - x_1)$$

Constant pressure lines



Surfaces of constant pressure:

$$\frac{dz_{\text{isobar}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = \text{constant}$$

Slope of isobars:

$$\text{Slope} = \frac{dz_{\text{isobar}}}{dx} = -\frac{a_x}{g + a_z} = -\tan \theta$$

Örnek 3.12: Bir Su Tankından İvmelenme Sırasında Oluşan Taşma

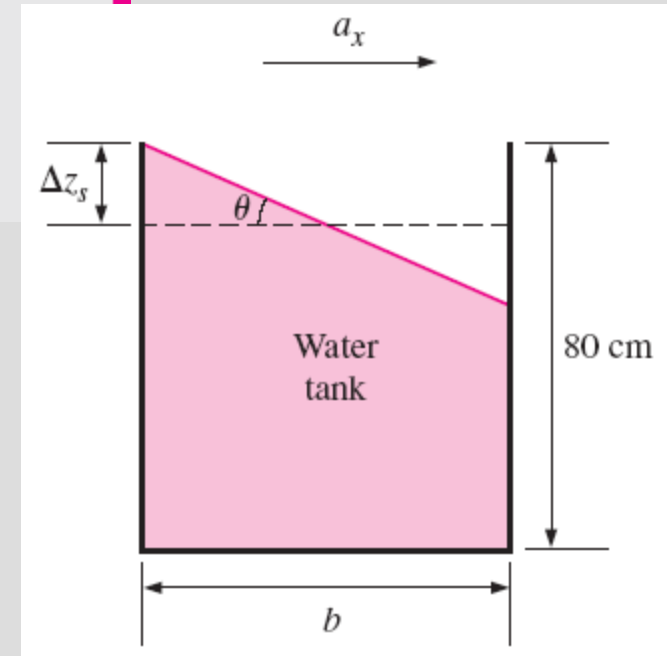
80 cm yüksekliğinde ve 2m x 0.6m kesit alanında kısmen suyla doldurulmuş bulunan bir balık tankı bir kamyonun arkasında taşınacaktır. Tank 0 km/h 'den 90 km/h hıza 10 saniyede ivmelenmektedir. Bu ivmelenme sırasında tanktan su boşalmasının istenmemesi halinde tanktaki başlangıç su yüksekliğini belirleyiniz. Tankın uzun veya kısa kenarının hangisinin hareket doğrultusuyla paralel olarak hizalanmasını önerirsiniz?

Analiz: x-eksenini hareket yönü, z-eksenini yukarı doğru olan yön ve tankın sol alt köşesini orijin noktası alalım. Tankın 0'dan 90 km/h hıza 10 s içerisinde ulaştığı dikkate alınarak kamyonun ivmesi,

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(90 - 0) \text{ km/h} \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right)}{10 \text{ s}} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

The tangent of the angle the free surface makes with the horizontal is

$$\tan \theta = \frac{a_x}{g + a_z} = \frac{2.5}{9.81 + 0} = 0.255 \quad (\text{and thus } \theta = 14.3^\circ)$$



Serbest yüzeydeki maksimum yükselme tank gerisinde meydana gelir ve orta düzlemin bir simetri düzlemi olmasından ötürü ivmelenme sırasında seviyesinde değişiklik olmaz. Mümkün olabilecek iki konumlandırma biçimi için tank gerisinde orta düzleme göre oluşacak düşey yükselmelere bakalım.

Durum 1: Uzun kenar hareket yönünde:

$$\Delta z_{s1} = (b_1/2) \tan \theta = [(2 \text{ m})/2] \times 0.255 = 0.255 \text{ m} = \mathbf{25.5 \text{ cm}}$$

Durum 2: Kısa kenar hareket yönünde:

$$\Delta z_{s2} = (b_2/2) \tan \theta = [(0.6 \text{ m})/2] \times 0.255 = 0.076 \text{ m} = \mathbf{7.6 \text{ cm}}$$

Dolayısıyla devrilme sorunu olmadığını varsayarak kesinlikle tankın kısa kenarı hareket doğrultusuna gelecek şekilde konumlandırılmalar. Bu durumda serbest yüzeyde sadece 7.6 cm 'lik bir düşme meydana gelir ve bu da tanktan su dökülmesini engellemek için yeterlidir.

İrdeleme: Düşey yükselmenin kontrol altına alınmasında tankın konumlandırılma biçiminin önemli olduğuna dikkat ediniz. Ayrıca bu analiz, sadece su için değil sabit yoğunluğu olan her akışkan için geçerlidir. Çünkü çözümde suya özel hiçbir bilgi kullanılmamıştır.

Silindirik Bir Kapta Dönme

Sıvıyla kısmen doldurulmuş dikey bir silindirik kabı göz önüne alalım. Kap kendi eksenini etrafında sabit ω açısal hızıyla döndürülmektedir. Başlangıçtaki geçici durumdan sonra sıvı, kapla beraber rijid cisim şeklinde hareket edecektir. Herhangi bir şekil değiştirme (deformasyon) olmadığından bir kayma gerilmesi de oluşmaz ve her bir akışkan parçacığı aynı açısal hızla hareket eder.

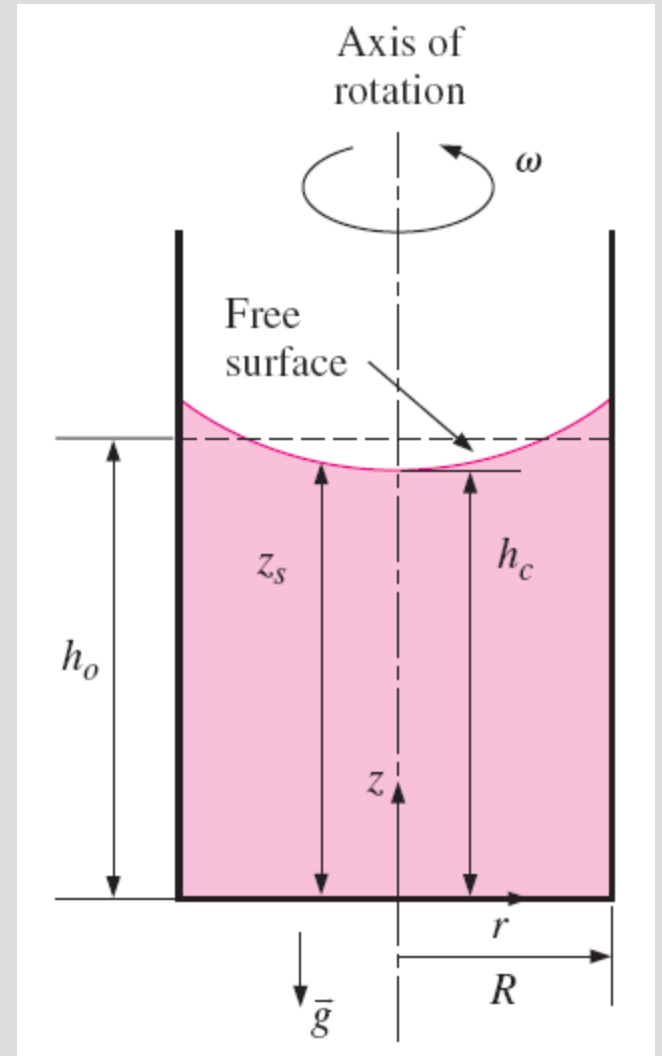
$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho r \omega^2, \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0, \quad \text{and} \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$P = P(r, z) \quad dP = (\partial P / \partial r) dr + (\partial P / \partial z) dz$$

$$dP = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$$

$$\frac{dz_{\text{isobar}}}{dr} = \frac{r \omega^2}{g}$$

$$\text{Surfaces of constant pressure: } z_{\text{isobar}} = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + C_1$$



Dönen bir dikey silindirik kaptaki sıvının rijid cisim hareketi.

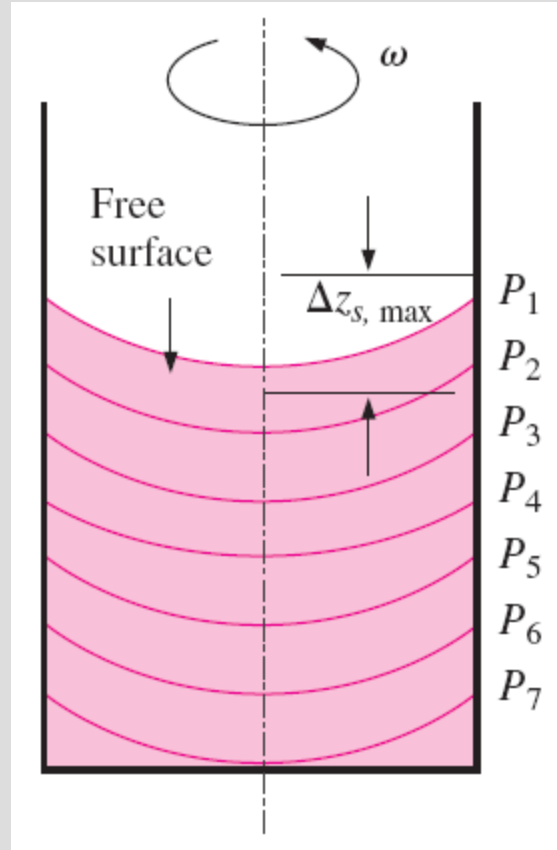
$$z_s = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c$$

$$V = \int_{r=0}^R 2\pi z_s r dr = 2\pi \int_{r=0}^R \left(\frac{\omega^2}{2g} r^2 + h_c \right) r dr = \pi R^2 \left(\frac{\omega^2 R^2}{4g} + h_c \right)$$

$$V = \pi R^2 h_0$$

$$h_c = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

$$\text{Free surface: } z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g} (R^2 - 2r^2)$$



Dönen bir sıvıdaki
sabit basınç yüzeyleri

Maximum height difference: $\Delta z_{s, \max} = z_s(R) - z_s(0) = \frac{\omega^2}{2g} R^2$

$$dP = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz \quad P_2 - P_1 = \frac{\rho \omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - \rho g (z_2 - z_1)$$

Pressure variation: $P = P_0 + \frac{\rho \omega^2}{2} r^2 - \rho g z$

Sabit bir yarıçapta basıncın tıpkı durgun haldeki bir akışkanda olduğu gibi düşey doğrultuda hidrostatik olarak değiştiğine dikkat ediniz.

Sabit bir z düşey mesafesinde, basınç yarıçapın karesiyle değişmekte ve merkezden dış kenara doğru artmaktadır.

Herhangi bir yatay düzlemde, merkez ile R yarıçaplı kap kenarı arasındaki basınç farkı

$$\Delta P = \rho \omega^2 R^2 / 2$$

ÖRNEK 3-13: Bir Sıvının Dönme Sırasında Yükselmesi

Şekilde gösterilen 20 cm çapında, 60 cm yüksekliğindeki düşey silindir, yoğunluğu 850 kg/m^3 olan bir sıvıyla 50 cm yüksekliğine kadar kısmen doldurulmuştur. Silindir sabit bir hızla döndürülmektedir. Sıvının kap kenarlarından taşmaya başlayacağı dönme hızını belirleyiniz.

Analiz: Dönen, düşey silindirin tabanının merkezi orijin ($r=0, z=0$) alındığında sıvı serbest yüzeyinin denklemi,

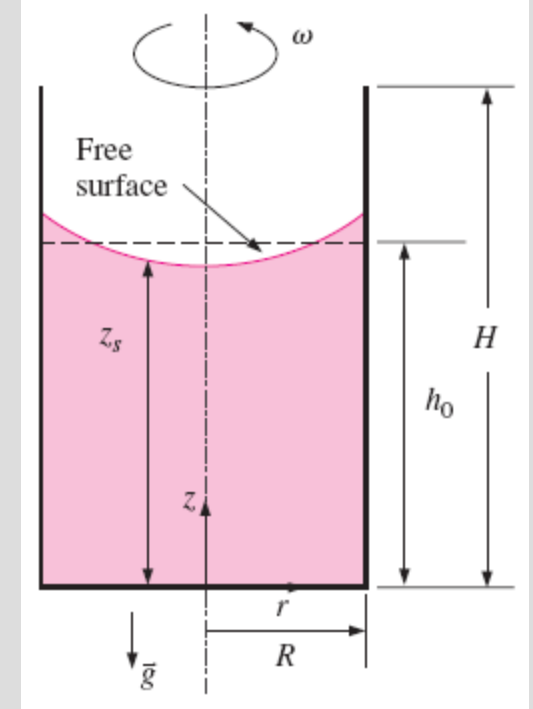
$$z_s = h_0 - \frac{\omega^2}{4g}(R^2 - 2r^2)$$

olarak verilir. Bu durumda kap kenarındaki ($r=R$) sıvı yüksekliği,

$$z_s(R) = h_0 + \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

olur. Burada $h_0 = 0.5 \text{ m}$ olup dönme öncesindeki sıvı yüksekliğidir. Sıvının tam dökülmeye başladığı anda kenardaki sıvı yüksekliği kabın yüksekliğine eşit ve böylece $z_s(R) = 0.6 \text{ m}$ olur. Son denklemden ω 'yı çekip verilen değerler yerine yazılırsa kabın maksimum dönme hızı,

$$\omega = \sqrt{\frac{4g[H - h_0]}{R^2}} = \sqrt{\frac{4(9.81 \text{ m/s}^2)[(0.6 - 0.5) \text{ m}]}{(0.1 \text{ m})^2}} = \mathbf{19.8 \text{ rad/s}}$$



olarak elde edilir. Tam bir dönmenin 2π radyan 'a karşılık geldiği dikkate alındığında kabın dönme hızı, dakikadaki-devir sayısı: olarak da ifade edilebilir:

$$\dot{n} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{19.8 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/rev}} \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = \mathbf{189 \text{ rpm}}$$

Dolayısıyla merkezkaç etkiden dolayı, sıvının boşalmasını engellemek için kabın dönme hızı 189 devir/dakika ile sınırlı tutulmalıdır.

İrdelenme: Burada verilen analizin sonucu yoğunluk veya başka bir akışkan özelliğine bağlı olmamasından dolayı her sıvı için geçerli olduğuna dikkat ediniz. Ayrıca kap tabanında kuru nokta olmadığı varsayımımızı da doğrulamalıyız. Merkezdeki sıvı yüksekliği

$$z_s(0) = h_0 - \frac{\omega^2 R^2}{4g} = 0.4 \text{ m}$$

Olmaktadır. $Z_s(0)$ pozitif olduğundan varsayımımız doğrulanmış demektir.

Özet

- Basınç
- Basınç ölçüm cihazları
- Akışkan statığıne giriş
- Dalmış düz yüzeylere etki eden hidrostatik kuvvetler
- Dalmış eğrisel yüzeylere etki eden hidrostatik kuvvetler
- Yüzme ve Stabilite
- Rijit cisim hareketi yapan akışkanlar