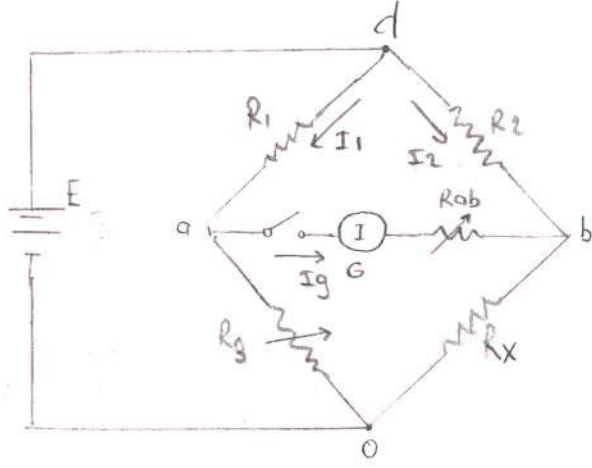


WHEATSTONE KÖPRÜSÜ

Wheatstone köprüsü daha çok direnç sistemlerinin ölçümünde kullanılır. Wheatstone köprü uygulamalarından birisiyle termistör ile sıcaklık ölçme sistemleridir. Galvanometre (G) duyarlı bir akım ölçerdir ve iç direnci çok düşüktür. Şekilde basit bir Wheatstone köprüsü verilmiştir.



Galvanometre merkez - skala göstergesi (Centre - skala null) pozisyonuna sahiptir ve "a" noktasından "b" noktasına akan akımı veya tersini gösterir. Normalde köprü devresi seri veya paralel bağlı dirençler gibi analiz edilemez, ancak köprü kolundan akım geçmez ise devre kolaylıkla

analiz edilebilir. Köprü kolundan akımın geçmediği durumda köprü denge durumu denir ve galvanometrenin göstergesi hareket etmez. Bu da "a" ile "b" arasında potansiyel fark olmadığını gösterir.

$$V_{ab} = I_g \cdot R_g = 0 \text{ V dur.}$$

Bu durumda I_1 akımı R_1 ve R_3 dirençlerinden, I_2 akımında R_2 ve R_x dirençlerinden geçer. R_1 ve R_3 ile R_2 ve R_x birbirine seri bağlıdır ve bu iki seri kol birbirine paralel bağlıdır.

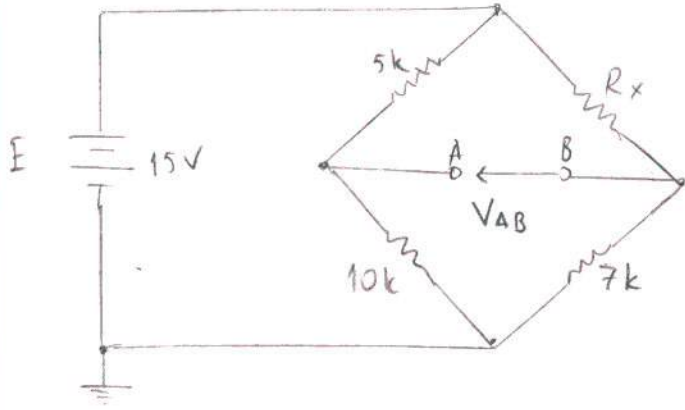
$$V_{ab} = (I_1 \cdot R_3) - (I_2 \cdot R_x) = \frac{E}{R_1 + R_3} \cdot R_3 - \frac{E}{R_2 + R_x} \cdot R_x$$

denge durumunda $V_{ab} = 0$ dir,

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_x}{R_2 + R_x} \Rightarrow \frac{1}{\frac{R_1 + R_3}{R_3}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_x}{R_x}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{R_1}{R_3} + 1} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_x} + 1}$$

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_x} \text{ dir.} \Rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_3 \text{ elde edilir}$$

Örnek: Aşağıdaki devrede bilinmeyen R_x direncini verilen şartlar için hesaplayınız. a) $V_{ab} = 0V$ b) $V_{ab} = 3V$ c) $V_{ab} = -4V$



Her sıkkın gözümünde, gerilimin değerinden bilinmeyen direnç değeri formülde yerine konup hesaplanır.

a) $V_{ab} = 0V$ ise köprü dengededir.

$$5000 \cdot 7000 = R_x \cdot 10000 \Rightarrow R_x = 3500 \Omega = 3,5k\Omega$$

$$b) V_{ab} = V_a - V_b = \frac{E}{5k\Omega + 10k\Omega} \cdot 10k\Omega - \frac{E}{7k\Omega + R_x} \cdot 7k\Omega$$

$$V_{ab} = \frac{150}{15} - \frac{105}{7 + R_x}, \quad V_{ab} = 3V \text{ verilmiş}$$

$$3 = 10 - \frac{105}{7 + R_x} \Rightarrow 7(7 + R_x) = 105 \Rightarrow 49 + 7R_x = 105$$

$$7R_x = 56 \Rightarrow R_x = 8k\Omega \text{ bulunur.}$$

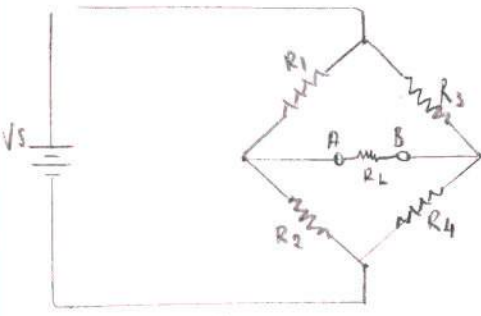
$$c) V_{ab} = V_a - V_b = \frac{E}{5k\Omega + 10k\Omega} \cdot 10k\Omega - \frac{E}{7k\Omega + R_x} \cdot 7k\Omega$$

$$-4 = 10 - \frac{105}{7 + R_x} \Rightarrow \frac{105}{7 + R_x} = 14$$

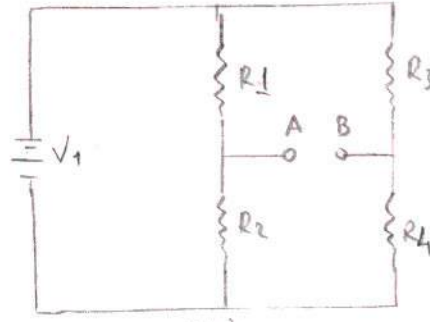
$$98 + 14R_x = 105 \Rightarrow 14R_x = 7 \Rightarrow R_x = 0,5k\Omega \text{ bulunur.}$$

Thevenin teoremi: kullanılarak ve yük direncinden bakılarak köprü devresinin eşdeğer devresinin hesaplanması işlemleri kolaylaştırır.

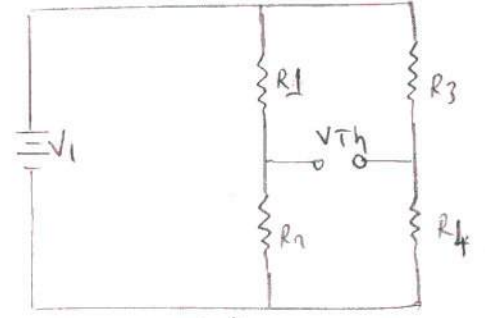
Thevenin Teoreminin Wheatstone Köprüsüne Uygulanması



(a)



(b)

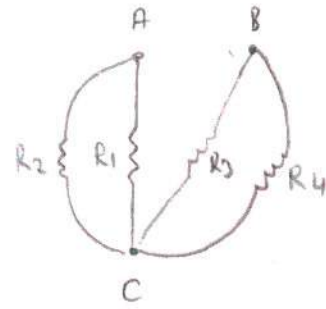
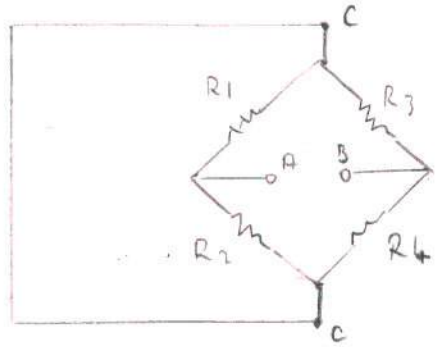


(c)

Esdeğer devre hesaplanırken şekil (a)'daki R_L yük direnci devreden çıkartılıp açık devre yapılır ve yeniden düzenlenerek şekil (b) elde edilir. Şekil (b)'deki devrenin açık uçundan bakılarak şekil (c)'deki Thevenin gerilimi hesaplanır.

$$V_{TH} = V_A - V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_s - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_s$$

Daha sonra devrenin Thevenin esdeğer direnci hesaplanır;

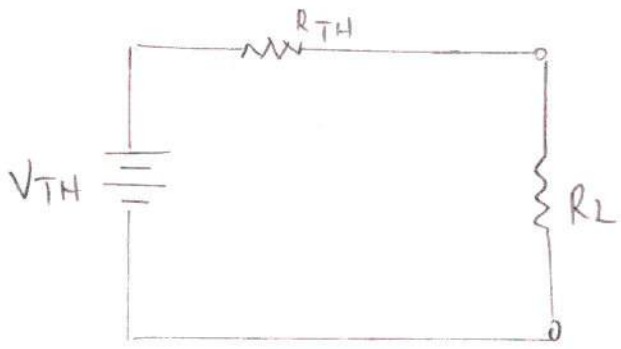


$$R_{TH} = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

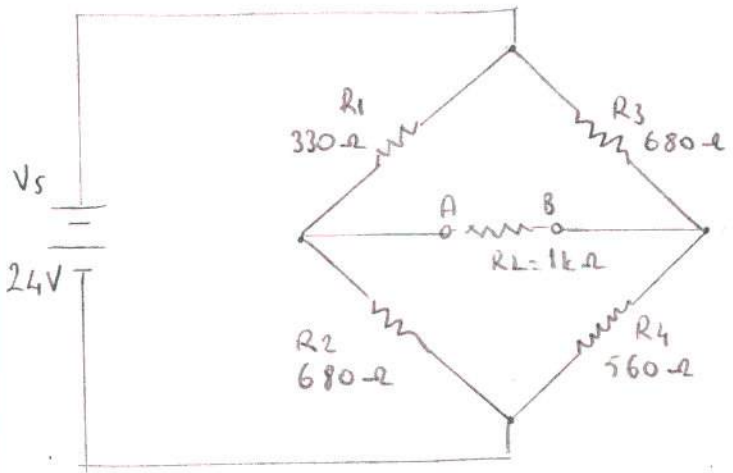
$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

elde edilir.

Köprü devresinin Thevenin esdeğer devresi hesaplandıktan sonra devreden çıkartılan R_L direnci tekrar A-B uçlarına takılır



Örnek: Aşağıdaki Wheatstone Köprüsüne Thevenin Teoremini uygulayarak R_L yük direncinden geçen akımı ve yük direncine düşen gerilimi hesaplayınız.



Kural gereği öncelikle R_L yük direnci devreden çıkartılarak açık devre bırakılır ve A-B noktalarından bakılarak V_{TH} hesaplanır.

$$V_{TH} = V_A - V_B \Rightarrow V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_s - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_s$$

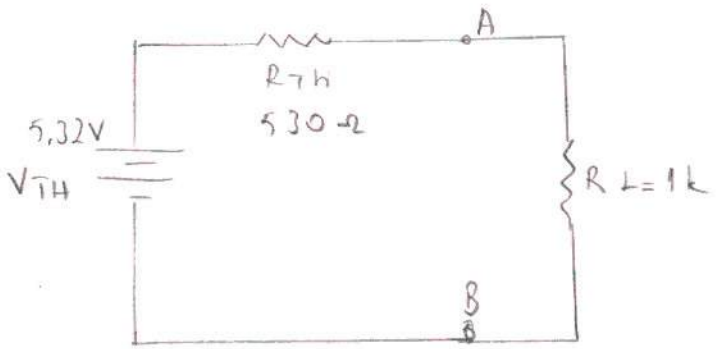
$$V_{TH} = \frac{680}{680 + 330} \cdot 24 - \frac{560}{560 + 680} \cdot 24 = \frac{680}{1010} \cdot 24 - \frac{560}{1240} \cdot 24$$

$$\Rightarrow V_{TH} = 16,16 - 10,84 \Rightarrow V_{TH} = 5,32 \text{ V bulunur.}$$

Thevenin eşdeğer direnci hesaplanırken gerilim kaynağı devreden çıkartılır ve kısa devre edilir.

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{330 \cdot 680}{1010} + \frac{680 \cdot 560}{1240} = 529,28 \Omega$$

$$R_{TH} \approx 530 \Omega \text{ bulunur.}$$



$$V_{RL} = \frac{R_L}{R_L + R_{TH}} \cdot V_{TH}$$

$$V_{RL} = \frac{1000}{1530} \cdot 5,32 = 3,48 \text{ V}$$

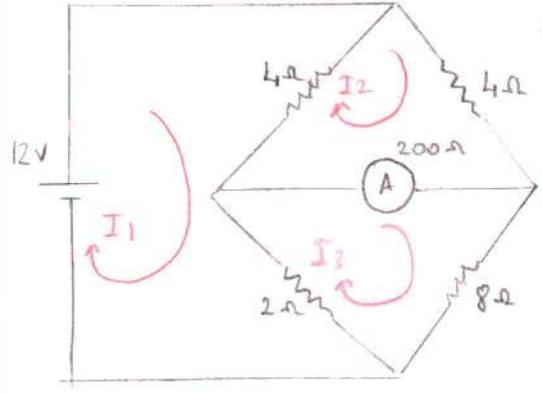
R_L direncinden geçen akım;

$$I_{RL} = \frac{V_{RL}}{R_L} = \frac{3,48}{1000} = 3,48 \text{ mA bulunur.}$$

Örnek: Şekildeki Wheatstone köprü devresinde 200 Ω 'luk Amper-metreden

geçen akımı; a) Gevce akımları yöntemini kullanarak

b) Thevenin teoreminden yararlanarak bulunuz.



a) $I_A = I_2 - I_3 = ?$

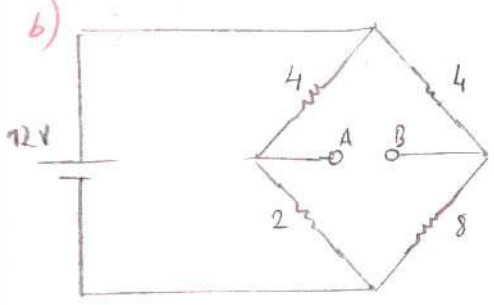
$$\begin{cases} 6I_1 - 4I_2 - 2I_3 = 12 \\ -4I_1 + 208I_2 - 200I_3 = 0 \\ -2I_1 - 200I_2 + 210I_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 208 & -200 \\ -2 & -200 & 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 208 & -200 \\ -2 & -200 & 210 \end{vmatrix} = (262080 - 1600 - 1600) - (832 + 240000 + 3360) = 258880 - 244192 = 14688$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 12 & -2 \\ -4 & 0 & -200 \\ -2 & 0 & 210 \end{vmatrix} = 14880, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 12 \\ -4 & 208 & 0 \\ -2 & -200 & 0 \end{vmatrix} = 14592$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{14880}{14688} = 1,013A, \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{14592}{14688} = 0,993A$$

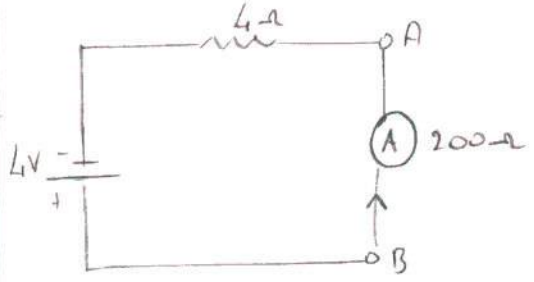
$$I_A = I_2 - I_3 = 1,013 - 0,993 = 0,02A = \boxed{20mA} \text{ bulunur.}$$



$$V_{TH} = V_A - V_B = \frac{2}{4+2} \cdot 12 - \frac{8}{4+8} \cdot 12 = 4 - 8 = -4V$$

$V_{TH} = -4V$ (Akım yönü B'den A'ya doğru)

$$R_{TH} = \frac{4 \cdot 2}{4+2} + \frac{4 \cdot 8}{4+8} = \frac{8}{6} + \frac{32}{12} = \frac{8}{6} + \frac{16}{6} = \frac{24}{6} = 4\Omega$$



$$V_A = \frac{200}{204} \cdot 4 = 3,92V$$

$$I_A = \frac{V_A}{R_A} = \frac{3,92}{200} \approx 0,02A \approx \boxed{20mA} \text{ bulunur.}$$