

Analiz II: Türev Alma Kuralları Tekrar

1.Uygulama

Türevin Tanımı

Bir $f(x)$ fonksiyonunun x noktasındaki türevi şu limit ile tanımlanır:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Örnek: $f(x) = x^2$ ise türevini tanımı kullanarak bulunuz.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

Temel Kuvvet Fonksiyonları

Soru 1: Standart Kuvvet (x^n)

- i. $f(x) = x^3 \implies f'(x) = 3x^2$
- ii. $f(x) = x^5 \implies f'(x) = 5x^4$
- iii. $f(x) = x^7 \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = x^{100} \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = x^n \implies f'(x) = nx^{n-1}$

Soru 2: Doğrusal Bileşke Kuvvet ($(ax)^n$)

- i. $f(x) = (2x)^3 \implies f'(x) = 3(2x)^2 \cdot 2 = 24x^2$
- ii. $f(x) = (3x)^2 \implies f'(x) = 2(3x)^1 \cdot 3 = 18x$
- iii. $f(x) = (4x)^3 \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = (5x)^4 \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = (ax)^n \implies f'(x) = n(ax)^{n-1} \cdot a$

Trigonometrik Fonksiyonlar

Soru 3: Sinüs Fonksiyonu - Doğrusal İç ((ax))

- i. $f(x) = \sin(x) \implies f'(x) = \cos(x)$
- ii. $f(x) = \sin(2x) \implies f'(x) = \cos(2x) \cdot 2 = 2 \cos(2x)$

$$\text{iii. } f(x) = \sin(3x) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{iv. } f(x) = \sin(5x) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{v. Genel: } f(x) = \sin(ax) \implies f'(x) = a \cos(ax)$$

Soru 4: Sinüs Fonksiyonu - Kuvvet İç $((x^n))$

$$\text{i. } f(x) = \sin(x^2) \implies f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$$

$$\text{ii. } f(x) = \sin(x^3) \implies f'(x) = \cos(x^3) \cdot 3x^2$$

$$\text{iii. } f(x) = \sin(x^4) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{iv. } f(x) = \sin(x^5) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{v. Genel: } f(x) = \sin(g(x)) \implies f'(x) = g'(x) \cos(g(x))$$

Soru 5: Kosinüs Fonksiyonu - Doğrusal İç $((ax))$

$$\text{i. } f(x) = \cos(x) \implies f'(x) = -\sin(x)$$

$$\text{ii. } f(x) = \cos(3x) \implies f'(x) = -\sin(3x) \cdot 3 = -3 \sin(3x)$$

$$\text{iii. } f(x) = \cos(4x) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{iv. } f(x) = \cos(7x) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{v. Genel: } f(x) = \cos(ax) \implies f'(x) = -a \sin(ax)$$

Soru 6: Kosinüs Fonksiyonu - Kuvvet İç $((x^n))$

$$\text{i. } f(x) = \cos(x^2) \implies f'(x) = -\sin(x^2) \cdot 2x$$

$$\text{ii. } f(x) = \cos(x^3) \implies f'(x) = -\sin(x^3) \cdot 3x^2$$

$$\text{iii. } f(x) = \cos(x^5) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{iv. } f(x) = \cos(\sqrt{x}) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{v. Genel: } f(x) = \cos(g(x)) \implies f'(x) = -g'(x) \sin(g(x))$$

Soru 7: Tanjant Fonksiyonu

$$\text{i. } f(x) = \tan(x) \implies f'(x) = \sec^2(x)$$

$$\text{ii. } f(x) = \tan(3x) \implies f'(x) = 3 \sec^2(3x)$$

$$\text{iii. } f(x) = \tan(5x) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{iv. } f(x) = \tan(x^2) \implies f'(x) = \dots$$

$$\text{v. Genel: } f(x) = \tan(u) \implies f'(x) = u' \sec^2(u)$$

Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

Soru 8: Arctanjant ($\arctan$)

- i. $f(x) = \arctan(x) \implies f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- ii. $f(x) = \arctan(2x) \implies f'(x) = \frac{2}{1+(2x)^2} = \frac{2}{1+4x^2}$
- iii. $f(x) = \arctan(3x) \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = \arctan(x^2) \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = \arctan(u) \implies f'(x) = \frac{u'}{1+u^2}$

Soru 9: Arcsinüs ($\arcsin$)

- i. $f(x) = \arcsin(x) \implies f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- ii. $f(x) = \arcsin(2x) \implies f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$
- iii. $f(x) = \arcsin(3x) \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = \arcsin(x/2) \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = \arcsin(u) \implies f'(x) = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

Logaritmik ve Üstel Fonksiyonlar

Soru 10: Doğal Logaritma ($\ln$) - Doğrusal ve Kuvvet

- i. $f(x) = \ln(x) \implies f'(x) = \frac{1}{x}$
- ii. $f(x) = \ln(2x) \implies f'(x) = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$
- iii. $f(x) = \ln(3x) \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = \ln(x^2 + 1) \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = \ln(u) \implies f'(x) = \frac{u'}{u}$

Soru 11: Üstel Fonksiyon (e^x)

- i. $f(x) = e^x \implies f'(x) = e^x$
- ii. $f(x) = e^{3x} \implies f'(x) = 3e^{3x}$
- iii. $f(x) = e^{-x} \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = e^{x^2} \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = e^u \implies f'(x) = u'e^u$

Soru 12: Genel Üstel Fonksiyon (a^x)

- i. $f(x) = 2^x \implies f'(x) = 2^x \ln 2$
- ii. $f(x) = 5^x \implies f'(x) = 5^x \ln 5$
- iii. $f(x) = 10^x \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = 3^{x^2} \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** $f(x) = a^u \implies f'(x) = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

$f(x)^{g(x)}$, Kapalı, Bileşke Türevi

Soru 13: Kapalı Fonksiyon Türevi

- i. $x^2 + y^2 = 25 \implies 2x + 2yy' = 0 \implies y' = -x/y$
- ii. $xy = 10 \implies 1 \cdot y + x \cdot y' = 0 \implies y' = -y/x$
- iii. $x^3 + y^3 = 3xy \implies y' = \dots$
- iv. $\sin(xy) = x \implies y' = \dots$
- v. **Genel:** $y(x) = x$ olduğundan her iki tarafın x 'e göre türevini al.

Soru 14: Logaritmik Türev Alma (x^x tipi)

- i. $y = x^x \implies \ln y = x \ln x \implies y' = x^x(\ln x + 1)$
- ii. $y = x^{\sin x} \implies \ln y = \sin x \ln x \implies y' = x^{\sin x}(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x})$
- iii. $y = (\sin x)^x \implies y' = \dots$
- iv. $y = x^{\ln x} \implies y' = \dots$
- v. **Genel:** Her iki tarafın $\ln$ 'ini alarak türev al.

Soru 15: Karışık Fonksiyonlar

- i. $f(x) = e^{\sin(3x)} \implies f'(x) = 3 \cos(3x) e^{\sin(3x)}$
- ii. $f(x) = \ln(\arctan x) \implies f'(x) = \frac{1}{\arctan x} \cdot \frac{1}{1+x^2}$
- iii. $f(x) = \sin^3(\cos(2x)) \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = x^2 \cdot e^x \cdot \cos x \implies f'(x) = \dots$
- v. **Genel:** Zincir kuralını en dıştan en içe doğru uygula.

Soru 16: Trigonometrik Kuvvet ve Zincir Kuralı ($\sin^n u$)

- i. $f(x) = \sin^2(x) \implies f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$
- ii. $f(x) = \cos^3(2x) \implies f'(x) = 3 \cos^2(2x) \cdot (-\sin(2x)) \cdot 2 = -6 \cos^2(2x) \sin(2x)$
- iii. $f(x) = \tan^2(3x) \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = \sin^4(e^x) \implies f'(x) = \dots$

Soru 17: Bölüm ve Çarpım İçeren Transandantal(Aşkın) Yapılar

- i. $f(x) = \frac{\ln x}{x} \implies f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1 \cdot \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$
- ii. $f(x) = x^2 \cdot e^{3x} \implies f'(x) = 2x \cdot e^{3x} + x^2 \cdot 3e^{3x} = e^{3x}(2x + 3x^2)$
- iii. $f(x) = \frac{e^{2x}}{\cos x} \implies f'(x) = \dots$
- iv. $f(x) = x \cdot \arctan(x) \implies f'(x) = \dots$